algorithm for wireless sensor networks. In Proceedings Swarm intelligence for routing in telecommunications networks 27 of the 5th International Workshop on Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence (ANTS), volume 4150 of Lecture Notes in Computer Science, pages 49–59, Berlin, Germany, 2006. Springer.

17. G. Canright. Ants and loops. In Proceedings of the 3rd International Workshop on Ant Algorithms (ANTS), volume 2463 of Lecture Notes in Computer Science, pages 235–242, Berlin, Germany, 2002. Springer.

18. L. Carrillo, C. Guadall, J. L. Marzo, G. Di Caro, F. Ducatelle, and L. M. Gambardella. Differentiated quality of service scheme based on the use of multi-classes of ant-like mobile agents. In CoNEXT'05: Proceedings of the 2005 ACM conference on Emerging network experiment and technology, pages 234–235, New York, NY, 2005. ACM.

19. L. Carrillo, J.L. Marzo, D. Harle, and P. Vil`a. A review of scalability and its application in the evaluation of the scalability measure of AntNet routing. In Proceedings of the IASTED Conference on Communication Systems and Networks (CSN), pages 317–323, Calgary, Canada, 2003. ACTA Press.

20. N. Cauvery and K. Viswanatha. Enhanced ant colony based algorithm for routing in mobile ad hoc network. Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology, 36:30–35, 2008.

21. I. D. Chakeres and C. E. Perkins. Dynamic MANET on-demand routing protocol. Internet Draft, 2008.

Information about authors:

Issayeva G., *Candidate of Pedagogical Sciences, AUPET University, Almaty city,*

Ibraev M., Candidate of Technical Sciences, *AUPET University, Almaty city*

Koishybekova A., *Master of Technical Sciences, Zhetysu State University named by I. Zhansugurov, Taldykorgan*

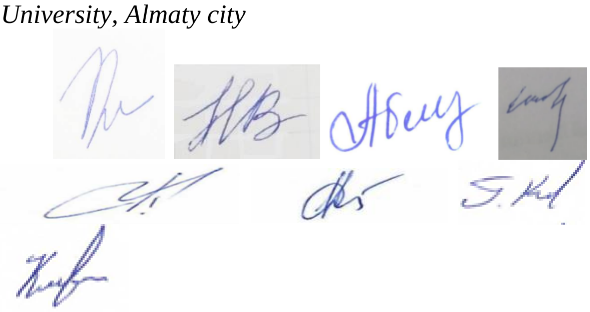
Absatarova B., *Master of Technical Sciences, AUPET University, Almaty city*

Aitkazina A., *Master of Technical Sciences, AUPET University, Almaty city*

Zhumagulova Sh., *Master of Technical Sciences, AUPET University, Almaty city*

Vodolazkina N., *Master of Technical Sciences, AUPET University, Almaty city*

Ibraeva Z., *Master of Technical Sciences, AUPET University, Almaty city*



УДК 622.271
ГРНТИ 52.45.93

СТРУКТУРНЫЕ СВЯЗИ И ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТЬ АССИМЕТРИЧНЫХ ТИПОВ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2020.6.77.999

Курманкожаев Азимхан
Доктор технических наук, профессор,
Казахский национальный исследовательский технический университет,
Казахстан, г.Алматы
Есбергенова Эльмира Сейлбековна
Магистр технических наук,
Казахский национальный исследовательский технический университет,
Казахстан, г. Алматы

UDC 622.271
State rubricator of scientific and technical information 52.45.93

STRUCTURAL CONNECTIONS AND INTERCHANGEABILITY OF ASYMMETRIC TYPES OF THEORETICAL DISTRIBUTIONS

Kurmankozhayev Azimkhan
Doctor of technical sciences, professor,
Kazakh national research technical university,
Kazakhstan, Almaty city
Yesbergenova Elmira Seilbekovna
Master of technical sciences,
Kazakh national research technical university,
Kazakhstan, Almaty city,

АННОТАЦИЯ

Изложены результаты оценки структурной связи, тождественности и взаимозаменяемости основных ассиметричных типов теоретических распределений, наиболее часто приемлемых для оценки распределений различных показателей в геологии и технике. Использован метод эмпирического анализа и статистических выводов с привлечением непараметрических фактов по закономерностям распределений. Выполнен анализ эмпирических результатов применения логнормального гамма- и распределения Вейбулла с привлечением обширных статистических данных из литературных и исследовательских источников. Раскрыты характерные особенности и статистические закономерности распределений присущих к ним, получены оценочные статистические выводы, по которым выявлены структурные связи между функциями логнормального, гамма- и распределения Вейбулла. Установлены тождественность и идентичность развития вероятностных частот при их применении, обобщен комплексированный геометрический «образ» асимметричности, свойственной к этим типам распределений. Структурные связи и взаимозаменяемость асимметричных типов распределений рекомендованы для повышения надежности и достоверности оценочного выбора распределения в условиях неопределенности и незначительности статистических данных при решении задач, связанных прогнозами, технологическими и компьютерными разработками.

ANNOTATION

Presented the results of evaluation of structural connection, identity and interchangeability of main asymmetric types of theoretical distributions most often acceptable for assessing the distributions of various indicators in geology and technology. The method of empirical analysis and statistical inference was used with the involvement of nonparametric facts according to the distribution patterns. The analysis of the empirical results of the application of the lognormal, gamma distribution and the Weibull distribution with the involvement of extensive statistical data from literary and research sources is carried out. The characteristic features and statistical regularities of distributions inherent to them are revealed, estimated statistical conclusions are obtained, according to which structural relationships between the functions of the lognormal, gamma and Weibull distributions are revealed. The identity and authenticity of the development of probabilistic frequencies in their application have been established, the complex geometric "image" of asymmetry inherent to these types of distributions is generalized. Structural relationships and interchangeability of asymmetric types of distributions are recommended to increase the reliability and credibility of the estimated choice of distribution in conditions of uncertainty and insignificance of statistical data when solving problems associated with forecasts, technological and computer developments.

Ключевые слова: Тождественность, взаимозаменяемость, структурные связи, частоты, асимметричность, распределение, геопризнаки, технические величины, интенсивность, статистические выводы, ошибки.

Key words: Identity, interchangeability, structural connections, frequencies, asymmetry, distribution, geoindicators, technical, technical quantities, intensity, failures, statistical inferences, errors.

В горногеологических разработках почти всегда используются статистическое распределение изучаемого показателя. Однако выбор его конкретного вида часто сопровождаются скрытыми и грубыми ошибками, соответственно и значительными последствиями. Проблема оценки распределений геопризнаков и технических переменных широко изучена и освещены в литературных источниках, но недостаточно изучены структурные связи и взаимозаменяемость асимметричных типов теоретических распределений.

Для исследования этой проблемной задачи использован метод эмпирического анализа и статистических выводов с привлечением результатов оценки распределений геопризнаков и технических переменных с применением основных асимметричных типов теоретических вероятностных законов для которых использованы данные из литературных и исследовательских источников [1-4]. В статье приведены результаты исследования структурной связи и тождественности структурных параметров логнормального, гамма- и распределения Вейбулла, наиболее частое применяемые при оценке эмпирических распределений геологических признаков и технических величин. Изучены условия их формирования с учетом свойственных к ним закономерностей развития вероятностных частот. В основу определения статистических закономерностей и выводов положены обобщенные композиционные инвариантные формы развития вероятностных частот по этим основным асимметричным распределениям. Закономерности формообразования вероятностных частот присущих к ним использованы как тождественные и взаимосвязанные непараметрические факты, отражающих основ обобщенной композиционной асимметричной формы распределения.

Из аналитического изучения распределений разнообразным геопризнаков различных полезных ископаемых [1,2] вытекают, что характерные особенности присущих к ним сводится к следующим:

Зависимость уровня асимметрии от коэффициентов вариации по различным теоретическим распределениям прямопропорциональная и выражается идентичными кривыми; Логнормальному, Вейбулла и гамма-распределениям присущи общая идентичная правоасимметричность гиперболического характера развития частот, которая изменяется в зависимости от коэффициента вариации; при определенных значениях коэффициента вариации переменного эти распределения имеют близкую сходимость; однако несмотря на ряд попыток, направленных на установление связи параметров распределения с характеристикой изменчивости, эта проблемная задача остаются нерешенной.

Тождественность, идентичность и взаимосвязанность логнормального, гамма- и Вейбулла распределений установлены по результатам оценки их функциональных (логарифмических) распределений, аксиоматических свойств характеристических (производящих) функций, взаимозаменяемости их при оценке эмпирических распределений содержаний компонентов различных руд, горной массы и частиц пыли.

Идентичность описываемых ими различных процессов показателей накопления, усталостных повреждений и интенсивности отказов работы механизмов, интервалов времени между событиями, изучена с учетом сходимость их в конкретных значениях коэффициента вариации к симметричным распределениям; получена эмпирическое подтверждение тесной сходимости их функциональных распределений, идентичности форм и свойств их моделирующих и характеристических функции и энтропии. Тождественность их параметров, выведены исходя из обобщенного дифференциального уравнения линейной динамической модели, рассматриваемой, как общая функция плотности распределения.

Для определения инвариантных форм развития вероятностных частот геопризнаков использованы результаты обобщенных непараметрических фактов, выявленных путем установления отдельных инвариантных форм развития вероятностей по логнормальному, показательному, гамма- и распределению Вейбулла. Использованы результаты анализа эмпирических распределений различных признаков по месторождениям черных, цветных и редких металлов с привлечением литературных и отчетных источников, по которым установлены характерные особенности и закономерности присущих к их распределениям [1, 2]. В результате выявлены ключевые статистические закономерности свойственных к распределениям геологических признаков:

- геологические признаки, часто полиметаллических месторождений и показателей их отработки в основном описываются асимметричными распределениями, асимметрия чаще правая, очень реже левая (для бедных руд); асимметричные распределения часто описываются логнормальным распределением, и реже гамма-распределением и распределением Вейбулла;
- распределения содержаний компонентов руд черных металлов и в массиве и добытой массе, выходы товарных и сырых руд, показатели их себестоимости близки к симметричным колоколообразным и может быть частично описаны распределением Вейбулла и Вероятностно-структурным распределением; при добыче происходит трансформация асимметричных распределений, которые и приводят к уменьшению величин асимметрии и эксцесса; трансформация также происходит за счет процессов усреднительной стабилизации качества руд при добыче;
- распределения геологических признаков часто редкометальных и золоторудных месторождений в основном описываются крайне-асимметрическими показательными распределениями; эти распределения часто описываются распределением Вейбулла и гамма-распределением;
- Логнормальное, Вейбулла и гамма-распределения одновременно удовлетворительно описывают распределений кусков горной породы и частиц пыли по размерам при различных способах разрушения и дробления горных пород.

Структурные связи присущих к рассматриваемым распределениям изучены исходя их приемлемости в области теории надежности. Аналитический вывод о структурной тождественности асимметричных типов распределений получен исходя из условий процессов накопления идентичных повреждений при работе механизмов с учетом процесса перехода из одного состояния в другое [3, 4]. Рассмотрим систему, в которой с течением времени происходит накопление i единичных повреждений к моменту времени Т, и которая имеет состояние $\mathrm{E_i}$. Вероятность перехода $\mathrm{E_к} \rightarrow \mathrm{E_{к+1}}$, за время Δ_Tвычисляется по формуле: δ(T)= $\lambda\Delta_\mathrm{T}+0(\Delta_\mathrm{T})$. Состояние системы характеризуется функциями $\{\mathrm{P_к(T)}, \mathrm{к} = 0,1, \ldots\}$, тогда $\mathrm{P_к}$ – вероятность того, что к моменту Т система находится в состоянии Е, будет определятся по формуле:

$$\mathrm{P_к(T)} = \frac{(\lambda\mathrm{T})^\mathrm{к}}{\mathrm{к}!}e^{-\lambda\mathrm{T}}\ , \mathrm{к}>0 \qquad (1)$$

Вероятность того, что время безотказной работы τ не меньше, чем Т (т.е. $\mathrm{P}\{\tau > \mathrm{T} = \sum_{\mathrm{к}=0} \mathrm{P_к(T)}\}$) при τ<<T равна:

$$\mathrm{P_к}\{\tau \leq \mathrm{T} = 1 - \sum_{\mathrm{к}=0} \frac{(\lambda\mathrm{T})^\mathrm{к}}{\mathrm{к}!}e^{-\lambda\mathrm{T}} \quad (2)$$

Полученная формула есть не что иное, как функция гамма- распределения.

Вывод формулы распределения Вейбулла осуществляется из соотношения $\mathrm{P_к(T)} = \frac{(\lambda\mathrm{T})^\mathrm{к}}{\mathrm{к}!}e^{-\lambda\mathrm{T}}$ при условии, что число элементов цепной системы К велико. Установлено, что все функции распределения $F_i(t)$ таковы, что при Т→0 имеет место равенство: $F_i(t) = qT^\delta + 0(T^\delta)$, где q>0 и δ>0. Это соотношение определяет порядок роста F(t) при малых значениях Т. При больших К функция распределения хорошо аппроксимируется выражением вида ($\beta = 1/q^k$):

$$F(T)=\begin{cases}1-e^{-\frac{T\delta}{\beta}}, \text{если } T \geq 0 \\ 0, \text{если } T < 0\end{cases} \quad (3)$$

Это есть функция распределения Вейбулла.

Вывод логнормального распределения можно получить из вывода гамма- распределения. В этом случае способ вывода гамма- распределения допускает, что случайная величина имеет плотность нормального распределения. Средняя скорость износа механизма - M{ξ(t)}=$\frac{a}{1+t}$, $a > 0$. Аналогично способа вывода гамма- распределения получим:

$$P\left\{\tau \leq T = G(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{aln(1+T)} e^{\frac{(u-c)^2}{2\sigma^2}} = \Phi\left[\frac{aln(1+T)-a}{\sigma}\right]\right. \quad (4)$$

Отсюда плотность логнормального распределения:

$$q(T) = \left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{[Taln(1+T)-c]^2}{2\sigma^2} \cdot \frac{a}{1+T}}, \text{если } T \geq -1; \text{если } T < -1\right. \quad (5)$$

При 1+T=T и $a=1$ получим общую формулу функции плотности логнормального распределения (T≥0, T<0).

Логнормальное, Вейбулла и гамма-распределения переплетаются и становятся взаимозаменяемыми при оценке эмпирического распределения показателя интенсивности отказов механизмов во время их работы. Этот показатель является важным параметром в теории надежности машин [2, 3]. Различные проявления интенсивности отказов описываются разными функциями λ(t) (T≥0) и им соответствуют обобщенная модель распределения времени безотказной работы механизма:

$$F(T) = 1 - exp\left(-\int_0^T \lambda(t)dt\right) \quad (6)$$

Функция интенсивности отказов может принимать различные значения и соответственно характеризовать периоды: переработки, нормальной эксплуатации и старения.

Рассмотрим частные случаи [3]:

При λ(t)=const, имеем: $F(T) = 1 - e^{\int_0^T \lambda dt} \approx 1 - e^{\lambda dt} \approx 1 - e^{\lambda T}$. Полученная функция показательного распределения;

При λ(t)=$\frac{\lambda^r T^{r-1}}{(r-1)!+\frac{(r-1)^2}{1!}\lambda T+\cdots+(\lambda T)^{r-1}}$ из решения получаем гамма- распределение. При увеличении T монотонно растет значение λ(t).

При r→∞ последнее выражение асимметрически дает нормальное распределение. В этом случае, в отличие от гамма- распределения, λ(t) →∞ при T→∞.

При λ(t)=δ$\frac{t^{\delta-1}}{\beta}$, получим распределение Вейбулла.

По схеме накапливающих повреждений, если вероятность единичного повреждения задана в виде , λ(T)=$\frac{\lambda}{1+T}\Delta_T + 0(\Delta_T)$, получим логнормальное распределение λ(T)=$\frac{(lnt-a)^2}{\sqrt{8\pi\sigma^3}} / \left[1 - \Phi(\frac{lnt-a}{\sigma})\right]$.

Логнормальное, распределение Вейбулла и гамма- распределения можно также оценить путем определения их функциональных логарифмических функции распредлений значений логарифмов переменных. Тесная связь и идентичность этих распределений по существу и форме кривых изменений вероятностей установлена по исследованиям безотказной работы и усталостной долговечности механизмов и машин. Вывод логарифического (функционального) гамма-распределения осуществляется как и вывод самой формулы гамма- распределения, предположив, что за время T+Δ_T система, получив единичное повреждение с вероятностью δ(T) и накопив φ повреждений, будет иметь отказ [3]. Вероятность единичного повреждения равна: δ(T)=$\frac{a\lambda}{1+T}\Delta_T + 0(\Delta_T)$. После ряда преобразований получим: $P_k(T) = \frac{[a\lambda\ln(1+T)]^{k-a\lambda\ln(1+T)}}{k!} e, k \geq 0$. Здесь вместо λT принято $\int_0^T \frac{a\lambda}{1+t} = a\lambda\ln(1+T)$, оттуда будем иметь: F{T≤T}=1-$\sum_{k=0} P_k(T)$. Логарифмическое гамма- распределение получается с помощью введения переменной монотонной функции u=u(t) в соответствии из Ц(t). Используя свойство монотонности функции получим плотность логарифмического гамма-распределения:

$$\varphi(t) = \begin{cases}1\frac{1}{r(r)}\lambda^2 a^2 [\![ln(1+T)^{r-1}]\!] e^{-\lambda aln(1+T)} \frac{1}{1+T}, \text{если } T \geq 0 \\ 0, \text{если } T < 0\end{cases} \quad (7)$$

Вывод логарифмического распределения Вейбулла вытекает как следствие из логарифмического гамма- распределения, из соотношения

$$F_i(T) = u^\delta(T) + 0\left[u^\delta(T)\right] \quad (8)$$

где lim u(T)=0 при T→0, $F_i(T)$ – логарифмическое гамма- распределение.

Математическое ожидание скорости износа задается равенством:

$$\mathrm{M}\{\xi(t)\} = \frac{1}{1+t}. \quad (9)$$

Тогда согласно формулам логарифмического гамма-распределения, функция $F_i(T)$ времени безотказной работы выразится формулой

$$F_i(T) = \sum_{m=2}^{\infty} \frac{[\lambda \ln(1+T)]}{m!} e^{-\lambda \ln(1+T)} \quad (10)$$

При T→0, $F_i(T) \approx \frac{[\lambda \ln(1+T)]}{r!}$. Тем самым (T) задается равенством: u(T)=Cln(1+T), а в роли показателя степени δ выступает r. Тогда доказано, что если δ велико, то функция распределения времени безотказной работы цепной системы хорошо аппроксимируется выражением вида:

$$\mathrm{F(T)}=\begin{cases} 1 - e^{-\frac{[\![\ln(1+T)]\!]\delta}{\beta}}, \text{если } T \geq 0 \\ 0, \text{если } \mathrm{T} < 0 \end{cases}, \quad (11)$$

которое является функцией логарифмического распределения Вейбулла.

Таким образом, доказана тождественность, идентичность и взаимосвязанность в определенных условиях этих трех распределений.

Тождественность логарифмического, гамма- и распределения Вейбулла вытекает также из свойства их сходимости с нормальными распределениями [1,2,4]. Установлено, что кривая логарифмического нормального распределения при малом значении стандарта σ становится близкой к нормальной [4]. Логнормальное распределение, как непосредственное преобразование нормального, есть распределение случайной величины, логарифм которой распределен нормально. При значениях вариации около 30% (m>3) распределение Вейбулла по форме кривой плотности совпадает с нормальным распределением. Гамма-распределение, как обобщенная форма λ^2-распределения, является композиционным распределением независимых случайных величин, имеющих одно и то же нормальное распределение с параметрами: a=0, σ=1. Гамма- распределение, аналогично логнормальному распределению, является некоторым преобразованием нормального. Переход от гамма-распределения к нормальному физически обосновывается, если реализация износа длительное время идет переплетаясь друг с другом прежде, чем наступит отказ. Близкая сходимость нормального и гамма-распределений показываются также с помощью выравнивая их на вероятностной бумаге.

Приведенные результаты аналитического исследования доказывают наличии тесной структурной связи и взаимозаменяемость логарифмического, Вейбулла и гамма-распределении, которые имеют устойчивость генетичнообразный характер.

Выводы

Обоснован статистический вывод о свойственности структурной связи взаимозаменяемости к асимметричным типам теоретических распределений, которые рекомендуются использовать для повышения достоверности и надежности результатов оценки распределений показателей при решении задач прогноза, обоснования технологических и компьютерных разработок.

Свойства тождественности, идентичности, взаимозаменяемости присущих к логнормальному, гамма- и распределений Вейбулла при соответствующей аналитической модификации может быть использованы к устранению риска допустить скрытых и грубых ошибок в условиях неопределенности и незначительности статистических данных экономическое последствие которые бывают огромными.

Список литературы

1. Курманкожаев А. Вероятностные модели распределения полезных ископаемых. Алматы. Аналитический обзор., КазГОСИНТИ, 1995, 112с.

2. Математические модели в науках о Земле (по материалам зарубежной литературы) Кн.: Математические методы исследования в геологии. Вып. 10. Мингеологии СССР, 1981, 35с.

3. Кординский Ж.Б. Приложение теории вероятности в инженерном деле, М., «Наука», 1983, 345 с.

4. Браунли К.А. Статистическая теория и методология в науке и технике. М.: «Наука», 1977, 239 с.