УДК 796.02

ОЦЕНКА МАКСИМАЛЬНОГО СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ПАДАЮЩЕГО ГРУЗА НА ВЕРЁВКУ

Макашова З.Э.
Канд.техн.наук, доцент БГТУ «ВОЕНМЕХ»,
г.Санкт-Петербург, РФ
Чередниченко Л. А.
Канд.техн.наук
г.Санкт-Петербург, РФ

АННОТАЦИЯ

В статье предлагается метод расчета предельного силового воздействия падающего груза на спортивную веревку без учета и с учетом потерь. С помощью механической характеристики веревки и анализа энергетических процессов в ней получены формулы максимального удлинения веревки и наибольшей силы упругости в конце падения груза. Выполнено аналитическое исследование влияния эффекта трения на процессы в веревке. Приведены примеры расчетов для разных типов веревок и их геометрических размеров.

Ключевые слова: спортивная веревка, механическая характеристика, силовое воздействие, упругость, коэффициент трения, частота колебаний.

Задача определения величины силового воздействия падающего груза на спортивную веревку может решаться экспериментально [1,с.3; 2, с.21] или аналитическим путем, если известны параметры веревки: коэффициенты потерь и упругости [3,с.40]. И в том, и в другом случае требуется значительное время для получения конечного результата. Однако, в некоторых случаях достаточно оценить лишь максимальное значение силового воздействия падающего груза с последующей оценкой влияния потерь.

В данной статье предлагаются приближенные методы аналитического решения этой задачи в два этапа. На первом этапе рассматривается энергетический процесс, связанный с инерцией падающего груза и упругостью веревки. Потери энергии на трение в веревке не учитываются. Второй этап ориентирован на учет потерь путем решения уравнения, связывающего силы, действующие на веревку. Коэффициенты уравнения определены приближенно с использованием статических характеристик веревки.

1. Получим формулу для расчета максимального силового воздействия с помощью механической характеристики $F_у\ (x)$ веревки, считая ее деформацию упругой. Характеристика связывает силу упругости с удлинением веревки x под действием груза весом $P = mg$. Для всех веревок механические характеристики имеют вид парабол, причем $F_у\ (0) = 0$, т.е. могут быть записаны следующим образом:

$$F_у\ (x) = a\, x^n\ , \qquad (1)$$

где a – коэффициент, характеризующий упругость.

Например, для одной из спортивных динамических веревок, технические данные которой приведены в [4,с.5], получена функциональная связь типа (1) во всем диапазоне изменения нагрузки [2]:

$$F_у\ (x) = a\, x^2,\ a = 10^5\ l_н^{\ -2}, \qquad (2)$$

здесь $l_н$ - начальная длина ненагруженной веревки.

Парабола второго порядка (2) описывает механическую характеристику, которая проходит через точку со значением номинального веса груза 100кг (удлинение веревки $0{,}1\ l_н$) и точку разрыва (удлинение веревки $0{,}5\ l_н$). Координаты первой точки обычно заданы в паспорте каждой спортивной веревки. Если крутизна характеристики (степень n) требует уточнения, то необходимо экспериментально получить координаты второй точки. Поскольку максимальное силовое воздействие на веревку значительно превышает вес нагрузки, то в этом опыте вес груза должен быть не менее 5 P.

Для примера ограничимся квадратичной зависимостью силы упругости от удлинения веревки (2). Коэффициент упругости будем рассчитывать при номинальном значении веса груза. Пусть масса падающего груза равна m, высота падения h , фактор падения $\kappa_ф = h / l_н$. Потенциальная энергия груза в начале падения $W_п = mg\ \kappa_ф\ l_н$, кинетическая энергия в конце свободного падения $W_к = 0{,}5\ mV_0^2$. Из равенства этих энергий получим скорость в начале растяжения веревки $V_0 = (2g\ \kappa_ф\ l_н)^{0{,}5}$. Кинетическая энергия груза преобразуется в потенциальную энергию веревки за счет упругости. Приращение энергии веревки равно: $\Delta\ W_{пв} = F_у\ (x)\ \Delta\ x$.

В конце падения скорость груза равна нулю, а удлинение веревки принимает максимальное значение x_m. Энергия, запасенная веревкой, находится интегрированием:

$$W_{пв} = \int_0^{xm} Fу\ (x)\ d\,x = \int a\,x^2\ d\,x = a\ x_m^3/3.$$

Поскольку потери в веревке не учитываются, то $W_к = W_{пв}$ и

$$0{,}5\ mV_0^2 = a\ x_m^3\,/3.$$

Из последнего равенства определяется максимальное удлинение веревки, а затем наибольшее усилие $F_{уm}$. Для рассматриваемого примера a=$10^5\ l_н^{\ -2}$ имеем

$$x_m = 6{,}69{\times}10^{-2}\ (\kappa_ф\ \mathrm{m})^{1/3}\ l_н\ (м), \qquad (3)$$

$$F_{уm}= 4{,}48{\times}10^2\ (\kappa_ф\ \mathrm{m})^{2/3}\ (кН). \qquad (4)$$

Отметим, что удлинение веревки зависит от начальной ее длины и фактора падения, а максимальное усилие при данном $\kappa_ф$ от $l_н$ не зависит.

Введем коэффициент, характеризующий превышение наибольшей силы упругости (4) над силой веса груза P

$$b = F_{уm}/\ P = 44{,}8\ (\kappa_ф)^{2/3}\ (m)^{\ -1/3}\ .$$

Составим таблицу значений F_{ym}, b , x_m при $l_н$ = 3, 7м , m = 100кг, $\kappa_ф$ = 0,1…1. В ней же приведены сведения для статической веревки, которая при той же массе номинальной нагрузки имеет удлинение 0,05 $l_н$ ($a = 4 \times 10^5\, l_н^{-2}$). В этом случае формулы типа (3),(4) имеют вид:

$$x_m = 4{,}22\times10^{-2}\,(\kappa_ф\, m)^{1/3}\, l_н\ (м),$$
$$F_{ym} = 7{,}12\times10^{2}\,(\kappa_ф\, m)^{2/3}\ (кН).$$

Таблица. Значения определенных величин для двух типов веревок.

Веревка	$l_н$(м)	$\kappa_ф$	0,1	0,3	0,5	0,7	1
динами-ческая	3; 7	F_{ym} (кН)	2,08	4,32	6,08	7,61	9,65
		b	2,08	4,32	6,08	7,61	9,65
	3	x_m(м)	0,431	0,622	0,739	0,827	0,931
	7	x_m(м)	1,01	1,46	1,72	1,93	2,17
стати-ческая	3; 7	F_{ym} (кН)	3,35	6,84	9,63	12,05	15,2
		b	3,35	6,84	9,63	12,05	15,2
	3	x_m(м)	0,272	0,392	0,466	0,521	0,586
	7	x_m(м)	0,636	0,92	1,08	1,22	1,37

Анализ результатов расчета показывает, что фактор падения существенно влияет на силу упругости. Так, для динамической веревки (удлинение 0,1 $l_н$) при $\kappa_ф$=1 она превышает вес груза почти в 10 раз, а для статической (удлинение 0,05 $l_н$) - в 15 раз. При неизменном коэффициенте упругости длина веревки не влияет на превышение b силы упругости над силой веса груза.

2. Учет трения в веревке снизит расчетное значение усилия, ибо часть кинетической энергии падающего груза преобразуется в тепло. Характер влияния коэффициента трения на динамический процесс практически не изучен.

Рассмотрим возможную оценку влияния трения на расчет максимального усилия. Будем считать, что сила трения удовлетворяет закону Стокса $F_T = k_T x'$, причем коэффициенты трения неизменны и при $l_н$ =3 и 7м равны $k_T = mg/V_0 \approx 129$ и 84,7 Нс/м [3,с.40]. Коэффициенты упругости определим с помощью механической характеристики (2), как динамические коэффициенты при номинальной нагрузке и тех же длинах динамической веревки $k_{yд} = d\,F_У(x)\,/\,dx\,|_{x0} = 2k_{yд} = 6{,}66\times10^3;\ 2{,}86\times10^3$ (Н/м).

Введение постоянных коэффициентов k_T и $k_{yд}$ позволяет перейти от нелинейного уравнения, связывающего силы, действующие на веревку[3,с.40], к линейному дифференциальному уравнению относительно приращения x ее длины, которое приближенно описывает динамический процесс:

$$m\,x'' + k_T\,x' + k_{yд}\,x = P.$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$x(t) = A_m\, e^{-\beta t}\sin(\omega t + \Psi) + x_0\,,$$

здесь A_m и Ψ – амплитуда и начальная фаза колебания, β и ω – коэффициент затухания и угловая частота процесса, x_0 – установившееся значение приращения длины $l_н$.

Коэффициент β определяет скорость затухания рассматриваемого колебания, т.е. влияние тепловых потерь на динамический процесс в веревке. Значения коэффициентов для рассматриваемых длин $l_н$ находятся из равенств, приведенных в [2,с.40]:

$\beta = k_T/2m = 0{,}65$ и 0,423 с$^{-1}$, $\omega = (\,k_{yд}\,/m\,)^{0,5} = 8{,}16$ и 5,35 с$^{-1}$.

Чтобы установить результирующее подавление силового воздействия за счет потерь, рассчитаем множитель $e^{-0,5\beta\,\pi/\omega} = 0{,}883$ и 0,746 за время, равное четверти периода колебаний. Следовательно, для принятых допущений в случае динамической веревки уменьшение силового воздействия определяется следующими коэффициентами приблизительно 0,9 при $l_н$ = 3м и 0,75 при $l_н$ = 7м .

Заметим, однако, что реальные процессы, приведенные, например, в [1,с.3], развиваются быстрее. Поэтому для более строгого аналитического исследования необходимо уточнить опытным путем значение коэффициентов трения k_T.

В заключение отметим, что выполненные в статье исследования показывают гибкость аналитических методов и полезность их применения в случае широкого диапазона изменения параметров как новых веревок, так и бывших в употреблении.

При проведении экспериментов необходимо обратить внимание на изучение процессов, связанных с потерями в веревке. Это полезно для понимания и исследования динамики, а также определения диапазонов допустимых изменений коэффициентов потерь, которые, в частности, могут быть показателем старения веревки.

Литература

1.Jacgues Gudefin.Эксперименты в области механики при спелеоспасении. 1994-1996г.г. - с.14

2. A. Long, M. Lyon, G. Lyon. Industrial rope access. Contract research. Report 364/ 2001.- c.21

3. Макашова З.Э., Чередниченко Ф.Л., Чередниченко Л.А. О динамике спелеоверевки при падении груза. Сб. статей МНПК (25 октября 2017г., г.Уфа). В 2 ч. Ч.1/ - Уфа: ОМЕГА САЙНС, 2017. - 224с.

4.Петко Недков. Азбука одноверевочной техники. Перевод с болгарского, 1991г. – 5с.