

ВЛ 110 кВ АТЭЦ –Западная - Королевцы – Штыково № 2	517	114.9	93
Штыково - РП	513	113.9	92
РП – Анисимовка/т	55	16.6	10

По результатам расчётов все предложенные варианты позволяют исключить превышение АДТН в рассмотренных ремонтных режимах. Превышения ДДТН считаем допустимыми так как длительность перегрузки меньше 20 минут.

Результаты технико-экономического сравнения предложенных вариантов приведены в таблице 4

Таблица 4.

Результаты экономических расчетов вариантов

	Вариант №1*		Вариант №2	Вариант №3
	Без замены опор	С заменой опор		
К,млн.руб.	306.512	533.33	286.05	386.59
И, млн. руб.	52.25	65.41	30.87	40.53
З, млн. руб.	77.54	109.41	54.46	72.42

Примечание: *Вариант технические не реализуем без ограничения нагрузки ПС Смоляниново/т на период замены провода.

Таким образом, наименее капиталоёмким и имеющим минимальные приведённые затраты мероприятием, позволяющим решить обозначенную проблему, является усиление сети 110 кВ путём строительства РП 110 кВ по схеме четырёхугольник с четырьмя заходами ВЛ 110 кВ.

электроэнергетики Приморского края на 2020-2024 годы /С.А.Портянков – М.: АО «Научно-технический центр Единой Энергетической Системы (Московское отделение)», 2019. – 244 с.

4. Правила технологического функционирования электроэнергетических систем, утвержденные постановлением правительства Российской Федерации от 13.08.2018 г. №937

5. Растрвин. Ру [Электронный ресурс]: – Режим доступа: <http://www.rastrwin.ru>.

6. Файбисович, Д.Л. Справочник по проектированию электрических сетей : справочник / Д.Л. Файбисович, И.Г. Карапетян. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ЭНАС, 2012. – 376 с.

7. Характеристики провода АССС [Электронный ресурс]: – Режим доступа: <https://avatok.ru/>

УДК 533.6.011.5

ОСОБЕННОСТИ ТЕЧЕНИЯ ПЛОСКОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА

Цыбизов Ю.И.

Д.т.н., профессор кафедры теплотехники и тепловых двигателей.

Самарский университет, г. Самара

DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2020.2.76.905

АННОТАЦИЯ

Цель - исследование особенностей течения потока со сверхзвуковой скоростью при использовании в качестве параметров тангенциальной и радиальной составляющих конвективного ускорения и связанных с ними элементами характеристической сетки. Использование вводимых параметров позволяет расширить представления о зоне влияния возмущений и характере действующих сил, обусловливающих изоэнтропический разгон (торможение) потока и взаимно однозначное соответствие физической плоскости течения и годографа скорости. Полученные результаты предлагаются использовать при решении задач прикладного характера и анализе экспериментальных исследований.

ABSTRACT

The purpose of this work is to study the characteristics of the flow with supersonic speed when using the tangential and radial components of convective acceleration and associated elements of the characteristic grid as parameters. Using input parameters allows to expand understanding of the zone of influence of disturbances and the nature of the forces contributing to isentropic acceleration (deceleration) of flow and one-to-one mapping between the physical plane and the hodograph of the velocity. The obtained results are proposed to be used in solving applied problems and analyzing experimental studies.

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, тангенциальная и радиальная составляющие ускорения,

характеристическая сетка, плоскость годографа.

Keywords: supersonic flow, tangential and radial components of acceleration, characteristic grid, hodograph plane.

Теоретическую основу двумерных установившихся сверхзвуковых течений совершенного газа составляют нелинейные дифференциальные уравнения гиперболического типа для потенциала скорости Φ и функции тока ψ [1-3]. В виду отсутствия общего решения этих уравнений в инженерной практике широкое распространение получил метод характеристик и пакеты вычислительной газодинамики, на основании которых выполняется численное моделирование сверхзвуковых течений идеального сжимаемого газа в каналах различных устройств (газодинамические лазеры, сопла и воздухозаборники перспективных летательных аппаратов и т.д.) [4]. Представления классической газовой динамики используются и в области современной космологии при рассмотрении модели расширения Вселенной как решение задачи о разлете из точки в пустоту идеального газа с конечной массой [5]. При линеаризации уравнений с использованием метода годографа скорости найдены частные точные решения, позволившие выявить ряд особенностей течений, связанных с вопросами непрерывного ускорения или замедления сверхзвукового потока, которые не могут быть определены численными методами. Установлена особенность сверхзвукового течения, существующая в виде предельной линии, наличие которой Т.Карман рассматривал как

$$a_T = \lambda \partial \lambda / \partial s = (1/D) \lambda^2 \partial \psi / \partial \lambda \text{ и } a_n = \lambda^2 / R = -(1/D) \lambda^3 \partial \psi / \partial \lambda \quad (1)$$

Здесь s и R – длина дуги и радиус кривизны линии тока (отнесенные к единице длины), θ – угол наклона вектора скорости, $D = \partial(\psi, \Phi)/\partial(\lambda, \theta)$ – якобиан преобразования от переменных ψ и Φ

$$\partial \psi / \partial \lambda = (\rho \lambda^2) \operatorname{tg} \mu / (a_T [\operatorname{tg}^2 \mu - c \operatorname{tg}^2 \alpha]) \text{ и } \partial \psi / \partial \theta = -(\rho \lambda^3) / (a_T [\operatorname{tg}^2 \mu - c \operatorname{tg}^2 \alpha]),$$

где $c \operatorname{tg}^2 \alpha = (M^2 - 1)$ и $\operatorname{tg} \mu = \frac{a_n}{a_T}$, M – число Маха, ρ – плотность потока.

Напомним, что движение частицы в поле течения можно определить некоторым постоянным значением функции тока ψ , а характеристические

$$\partial \psi / \partial \xi = -\rho \lambda h_1 \sin \alpha; \quad \partial \psi / \partial \eta = \rho \lambda h_2 \sin \alpha \quad (2)$$

$$\partial \Phi / \partial \xi = \lambda h_1 \cos \alpha; \quad \partial \Phi / \partial \eta = \lambda h_2 \cos \alpha.$$

В (2) параметры характеристической сетки h_1 и h_2 связаны с элементами ds_1 и ds_2 линий Маха

$$a_T = \lambda (\partial \lambda / \partial s_1 + \partial \lambda / \partial s_2) / 2 \cos \alpha = \lambda^2 \sin \alpha (1/h_1 + 1/h_2) / 2 \cos^2 \alpha = \\ = [\lambda^2 \sin \alpha (h_1 + h_2)] / (2 \cos^2 \alpha h_1 h_2) = \lambda^2 \operatorname{tg} \alpha / L,$$

$$a_n = [\lambda^2 (h_1 - h_2)] / (2 \cos \alpha h_1 h_2) = \lambda^2 / R.$$

математический критерий разрушения изоэнтропического течения. Однако Р.Мизес в [3] сделал вывод о том, что «предположение о предельной линии (даже в общем смысле некоторого рода параллелизма между физическими скачками и математическими предельными линиями) не улавливает существа реальной задачи». Несмотря на то, что споры о физической и математической сущности ее возникли еще в начале прошлого столетия, но и до настоящего времени отсутствуют теоретические и экспериментальные исследования, раскрывающие сущность появления предельной линии..

Рассмотрим ускоренное (замедленное) движение частицы в равномерном плоском сверхзвуковом потоке совершенного газа. Такое движение осуществляется под действием сил, вызывающих конвективное ускорение, зависящее от координат точки, величина которого определяется векторной суммой тангенциального (касательного) a_T и радиального (центростремительного) a_n составляющих ускорения $a = (a_T^2 + a_n^2)^{0.5}$. Для безразмерной величине скорости $\lambda = \frac{w}{a_{kp}}$, где w – скорость потока, a_{kp} – критическая скорость звука, указанные относительные составляющие ускорения имеют вид:

плоскости течения в плоскость годографа.

Справедливы равенства:

линии при этом ограничивают область возможенного движения.

Воспользуемся соотношениями, связывающими линии Маха (характеристики) физической плоскости (ξ, η) с функциями ψ и Φ [2]:

$$\text{соотношениями: } h_1 = \frac{ds_1}{d\xi} \text{ и } h_2 = ds_2 / d\eta.$$

Здесь L – длина биссектрисы треугольника, определяющего размеры локальной зоны влияния возмущений движущейся частицы в зафиксированной точке (область зависимости), сторонами которого являются элементы характеристической сетки первого и второго семейства h_1 и h_2 , а угол при вершине равен $2\alpha = 2 \arcsin 1/M$. Биссектриса L совпадает по направлению с вектором скорости потока. Элементы характеристической сетки в

произвольной точке А линии тока плоскости течения представлены на рис.1а, где 1 и 2 – характеристики 1-го и 2-го семейств; 3- линия тока; АВ – отрезок касательной к характеристике 1-го семейства (линии Maxa), равный величине h_1 , АС – отрезок касательной к характеристике 2-го семейства, равный величине h_2 . Подобные характеристические кривые, как малые возмущения от небольшой шероховатости стенки канала, наблюдаются на практике и представлены на рис.1б.

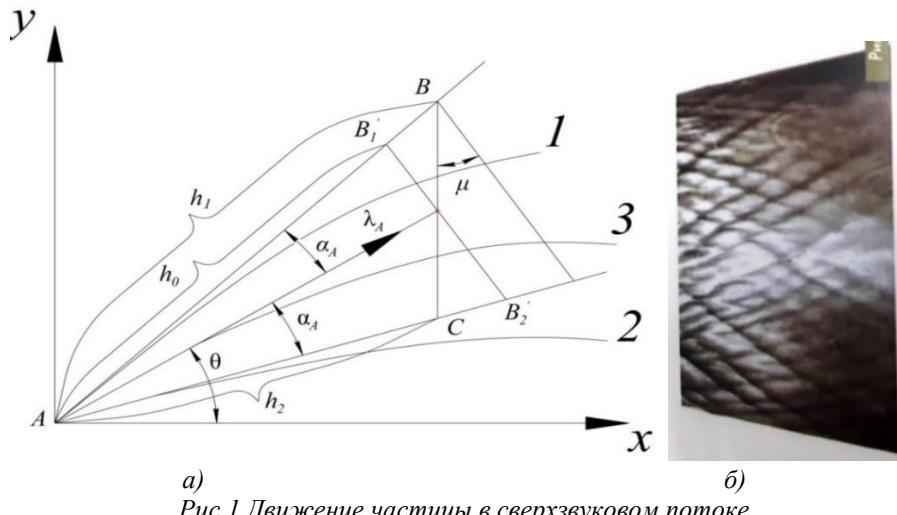


Рис. 1 Движение частицы в сверхзвуковом потоке

а) характеристическая сетка, б)
характеристические кривые на стенке.

В треугольнике АВС (при условии $\mu \neq 90^\circ$ – а) длина биссектрисы и третьей стороны равны $L = (2h_1 h_2 \cos \alpha) / (h_1 + h_2)$ и $h_3 = (h_1 + h_2) \sin \alpha / \cos \mu$. Угол μ на рис.1а соответствует направлению конвективного ускорения потока a и совпадает с касательной к линии тока в плоскости годографа. Это общее условие распространения возмущений от движущейся по криволинейной траектории

частицы. (В случае прямолинейной траектории движения характеристический треугольник является равнобедренным с углом при вершине 2α и $\mu = 0$, что соответствует прямолинейному расширению или сжатию пружины.) В дальнейшем удобно использовать равенства $h_0 = (h_1 + h_2)/2$ и $\Delta h = (h_1 - h_2)/2$. Тогда $L = h_0 \cos \alpha (1 - \tan^2 \mu \tan^2 \alpha)$, $R = h_0 \cos \alpha \tan \mu \tan \alpha (1 - \tan^2 \mu \tan^2 \alpha)$. (Не теряя общности, положим $h_1 > h_2$ и $\Delta h > 0$). Справедливы соотношения:

$$a_T = [\lambda^2 h_0 \sin \alpha] / [(h_0^2 - \Delta h^2) \cos^2 \alpha] = \lambda^2 \tan \alpha / h_0 \cos \alpha (1 - \tan^2 \mu \tan^2 \alpha),$$

$$a_n = (\lambda^2 \Delta h) / [(h_0^2 - \Delta h^2) \cos^2 \alpha] = \lambda^2 \tan \alpha \tan \mu / h_0 \cos \alpha (1 - \tan^2 \mu \tan^2 \alpha), \quad (3)$$

$$L = h_0 \cos \alpha (1 - \tan^2 \mu \tan^2 \alpha), R = (h_0 \cos \alpha \tan \mu \tan \alpha) (1 - \tan^2 \mu \tan^2 \alpha).$$

Определим силы, обусловливающие указанные ускорения. Тангенциальное ускорение

представим в виде:

$$a_T = [\lambda^2 h_0 \sin^2 \alpha] / [(h_0^2 - \Delta h^2) 2 \cos^2 \alpha \sin \alpha] =$$

$$= [kP h_0 / 2 \alpha_{kp}^2 \cos \alpha] / [(1/2) \sin 2 \alpha (h_0^2 - \Delta h^2) \rho] = F_T / m,$$

(т.к. $\sin^2 \alpha = 1/M^2 = w^2/a^2$ и $\alpha^2 = kP/\rho$, где α – скорость звука, k - показатель изоэнтропы, P – давление). Тогда числитель $F_T = [kP h_0 / 2 \alpha_{kp}^2 \cos \alpha]$ – тангенциальная составляющая силы локального возмущения. Знаменатель, равный произведению площади разности равнобедренных треугольников со сторонами h_0 и Δh на плотность ρ – масса m ,

участвующая в передаче локального возмущения. Зона влияния возмущений – характеристический треугольник со сторонами h_1 , h_2 и h_3 , и углом при вершине 2α . Радиальное ускорение: $a_n = [kP(\Delta h) / 2 \alpha_{kp}^2 \sin \alpha] / \rho (\sin 2 \alpha (h_0^2 - \Delta h^2)) / 2 = F_n / m$, где числитель $F_n = [kP(\Delta h) / 2 \alpha_{kp}^2 \sin \alpha]$ – нормальная составляющая силы,

обуславливающая поворот потока, а знаменатель m – масса зоны влияния возмущений, участвующая в повороте потока. Величины a_T , a_n и $|\operatorname{tg}\mu| = a_n/a_T$ определяют «неизрасходованные» потенциальные возможности дальнейшего силового воздействия при движении вдоль выделенной линии тока и локальную зону влияния такого воздействия. Угол между вектором конвективного ускорения и нормалью к вектору скорости в любой точке линии тока $|\mu| = \operatorname{arctg}(a_n/a_T)$ основные особенности течения, т. е. предсказывает возможную историю дальнейшего развития движения.

$$d\Phi = \lambda dy = Lctgad\lambda = h_0 \cos \alpha (1 - \operatorname{tg}^2 \mu \operatorname{tg}^2 \alpha) ctgad\lambda,$$

$$d\Psi = (\lambda/\rho) dx = h_0 \cos \alpha (1 + \operatorname{tg} \mu \operatorname{tg} \alpha) d\lambda,$$

где dy и dx – бесконечно малые элементы линий $\Phi = \text{const}$ и $\Psi = \text{const}$.

Тогда относительная деформация элементов dy и dx физической плоскости сверхзвукового течения при отображении их в плоскость годографа равна: $dy/dx = d\Psi/d\Phi = 1/(ctg\alpha - \operatorname{tg}\mu)$. Отсюда следует, что при $\operatorname{tg}\mu = ctg\alpha$ отображение становится невозможным. Полученное условие

$$w^2(\partial^2\psi/\partial w^2) + w(1 + M^2)(\partial\psi/\partial w) + (1 - M^2)(\partial^2\psi/\partial\theta^2) = 0,$$

где общее решение его для функции тока может быть представлено в виде:

$$\Psi = w^n f(w) \sin(n\theta) \text{ либо}$$

$$\Psi = w^n f(w) \cos(n\theta).$$

$$\partial\psi/\partial w = \psi(n/w + f'/f) \sin(n\theta) = (\rho w^2) \operatorname{tg}\mu / (a_T [\operatorname{tg}^2 \mu - ctg^2 \alpha]) \sin(n\theta),$$

$$f'/f = (n/w) / (\operatorname{tg}\mu \cdot \operatorname{tg} n\theta - 1),$$

где $f(w)$ – поправочный коэффициент при учете сжимаемости. Поправочный коэффициент f ,

$$w^2 df^2/dw^2 + (2n + 1 + M^2) df/dw + n(n + 1) M^2 f = 0.$$

При изменении знака якобиана $D = \partial(\psi, \Phi)/\partial(\lambda, \theta)$ в плоскости течения

$$\partial(\psi, \Phi)/\partial(\lambda, \theta) = ctg^2 \alpha (\partial\psi/\partial\theta)^2 - \lambda^2 (\partial\psi/\partial\lambda)^2 = \rho \lambda h_0^2 \cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg}^2 \mu \operatorname{tg}^2 \alpha) = 0. \quad (4)$$

Условие $D = 0$ названо в [1,2] критерием разрушения непрерывности безвихревого течения (граница гладких линий тока, которую не может пересекать изоэнтропический сверхзвуковой поток). Условию (4) отвечают равенства: $h_0^2 - \Delta h^2 = 0$, $h_0 = \pm \Delta h$ ($h_1 = 0$ или $h_2 = 0$) и $|\operatorname{tg}\mu| = ctg\alpha$, обуславливающие появление точек возврата первого рода на линии тока.

Другая особенность сверхзвуковых течений связана с математическим условием невозможности преобразования годографа в плоскость течения $\partial(\lambda, \theta)/\partial(x, y) = (\rho \lambda^2)/D = 0$, т.е. решению с простой волной, когда величина скорости и угол наклона ее к выбранной оси взаимозависимы (линии $\lambda = \text{const}$ и $\theta = \text{const}$ – прямые линии и являются характеристиками). Это

На линии тока $d\psi = (\partial\psi/\partial\lambda)d\lambda + (\partial\psi/\partial\theta)d\theta = 0$, а изменение потенциала скорости равно $d\Phi = Lctgad\lambda$. Функции $\Psi(x, y)$ и $\Phi(x, y)$ определяют некоторую область потока физической плоскости $z = x + iy$, отображаемую в плоскость годографа $w = \Phi + i\Psi$ [6]. Найдем бесконечно малое приращение потенциала скорости и функции тока, сориентировав ортогональные линии $\Phi = \text{const}$ и $\Psi = \text{const}$ по направлению осей координат x и y :

показывает определяющую роль угла μ между вектором скорости и ускорения при рассмотрении взаимно однозначного соответствия плоскости течения и годографа. Известно, что в плоскости годографа основная роль отводится линейному уравнению С.А. Чаплыгина:

Откуда

определяющий вид частного решения [3,7], находится из уравнения:

образуется складка, краем которой является предельная линия:

потерянное (вырожденное) решение Прандтля-Майера, описывающее обтекание тупого угла сверхзвуковым потоком, широко используемое в инженерной практике. В этом течении (ускоряемое либо изоэнтропически замедляемое течение) воздействие силы воспринимает весь поток, т.е. отсутствует локальная зона деформации потока, близко расположенной к действующей силе. В качестве аналогии, следует напомнить, что известно явление неустойчивости течения, существующее в виде ячеек Бинара, связанное со скачкообразным переходом дисперсной системы из неупорядоченного состояния в структурированное. Такие диссипативные структуры возникают из хаоса при определенной (пороговой) величине потока энергии, создающей волновое движение.

Простая волна является связующим звеном (границей) равномерного потока, отображаемого в плоскости годографа в виде точки и течением другого равномерного потока. В пучке

$$h_1 = h_0 = |\Delta h| = \frac{r\lambda^2}{(\lambda^2 - 1) \cdot \sin 2\alpha = (\rho_{kp} \cdot r_{kp} \cdot \alpha_{kp}) \cdot \lambda / \rho \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha (\lambda^2 - 1)}, h_2 = 0 \text{ и}$$

$$a_T = (\rho \cdot \lambda) \cdot \sin 2\alpha \cdot \sin^2 \alpha \cdot (\lambda^2 - 1) / (\rho_{kp} \cdot r_{kp} \cdot \alpha_{kp}),$$

$$a_n = (\rho \cdot \lambda) \cdot \sin 2\alpha \cdot (\lambda^2 - 2) \cdot \cos \alpha / 2 \cdot (\rho_{kp} \cdot r_{kp} \cdot \alpha_{kp}),$$

где ρ_{kp} и r_{kp} - плотность и текущий радиус на линии $\lambda = M = 1$. Откуда $|\operatorname{tg}\mu| = |2 \cdot (\lambda^2 - 2) / (\lambda^2 - 1)|$. При $\lambda^2 = 2$, ($M^2 = 4/3 - k$) на поперечной характеристикике $\operatorname{tg}\mu = 0$, радиальное ускорение $a_n = 0$ и радиус кривизны $R = r \cdot \lambda^2 / (\lambda^2 - 2) \cdot \sin 2\alpha$ меняет знак (точка перегиба). Условие $|\mu| = (90^\circ - \alpha)$ и соотношение для волны разрежения $\varphi + \alpha - \theta = 90^\circ$, где φ - угол расширения и $\pm\theta$ - угол поворота потока в простой волне позволяют определить величину угла $\mu = [(k+1)/(k-1)^{0.5} \cdot \operatorname{arctg}(M^2 - 1)^{0.5}]$ для волны бегущей вперед и $\mu = [2 \cdot \operatorname{arctg}(M^2 - 1)^{0.5} - (k+1)/(k-1)^{0.5} \cdot \operatorname{arctg}(M^2 - 1)^{0.5}]$ для волны, бегущей назад. Неравенство $\operatorname{tg}\mu \neq \operatorname{ctg}\alpha$, $\mu \neq (90^\circ - \alpha)$ соответствует условию существования локальной зоны влияния возмущений движущейся в сверхзвуковом потоке частицы при ее непрерывном ускорении или замедлении в виде некоторой области физической плоскости, отображаемой в область годографа отрезком линии тока, заключенным между характеристиками первого и второго семейства. На линиях тока $d\theta = -|\operatorname{tg}\mu| d\lambda / \lambda$, переходящее при $|\mu| = 90^\circ - \alpha$ в соотношение для простой волны $d\theta = \operatorname{ctg}\alpha d\lambda / \lambda \cdot (\theta = \pm[(k+1)/(k-1)^{0.5} \cdot \operatorname{arctg}(M^2 - 1)^{0.5}])$.

Использование в качестве параметров угла $|\mu|$ и элементов характеристической сетки h_0 и $\pm\Delta h$, позволило определить общие характерные особенности течения сверхзвукового потока.

Простейший вид течения - равномерный поток с постоянной скоростью, отображаемый в плоскости годографа в одну точку ($a_T = a_n = 0$). Простая волна, где линиями тока являются обобщенные течения Прандтля-Майера, отображением которых является дуга эпициклоиды годографа ($|\operatorname{tg}\mu| = \operatorname{ctg}\alpha$). Течения специального вида: круговое течение (потенциальный вихрь) при условии $\operatorname{tg}\mu = 90^\circ$; источник и сток (радиальное течение), когда $\operatorname{tg}\mu = 0^\circ$; сжимаемый диполь. Течения общего вида [1,3], к которым относятся: спиральное течение, течение Ринглеба, течения, описываемые, решениями В.В. Татаренчика, решение [7] при $n = -2k$ и $f = \lambda^{4k} / [(1 - (k-1)/(k+1)\lambda^2)^{k/(k-1)}$ и течение в зоне взаимодействия простых волн. Для течений общего вида характерна сложная зависимость угла μ от параметров потока, но величина его изменяется в узких пределах $0 < |\mu| < (90^\circ - \alpha)$. Это же неравенство является условием непрерывности движения без особенностей, т.е. обуславливает существование локальной зоны влияния возмущений движущейся частицы,

центрированных волн разрежения для поперечной криволинейной характеристики справедливы равенства:

$$r\lambda^2$$

имеющей определенные размеры характеристического треугольника, заключенную в нем массу и вполне определенную величину возмущающей силы. Такая зона возмущений представляет собой некоторую область течения, отображаемую в область годографа, состоящую из отрезка линии тока, заключенную между характеристиками (эпициклоидами) первого и второго семейства.

Рассмотрим возможные варианты изменения угла μ и влияние его на параметры сверхзвукового потока. Так как угол $\alpha = \arcsin 1/M > 0$, то при $\mu < 0$ для непрерывного ускорения потока без особенностей в виде предельных линий необходимо выполнение условия $a_T > 0$ и $a_n < 0$, а для замедления - $a_T < 0$ и $a_n > 0$. Для положительных значений угла μ общая особенность всех видов сверхзвуковых течений достигается при числе Маха $M^2 = 2$ ($\lambda^2 = (k+1)/k$), $\operatorname{tg}\mu = \operatorname{ctg}\alpha = 45^\circ$, где характеристический треугольник вырождается в прямую линию как и в случае простой волны, что требует рассмотрения двух отдельных областей сверхзвуковых течений при $1 < M < \sqrt{2}$ и $\infty > M > \sqrt{2}$, разделяемых простой волной.

Область умеренных сверхзвуковых скоростей до $M < \sqrt{2}$ ($\lambda < \sqrt{(k+1)/k}$), когда угол $0 \leq \mu < 45^\circ$. При ускорении потока $a_T > a_n > 0$ и замедлении $a_T < a_n < 0$ (превалируют силы поступательного движения). (Следует отметить, что при $M = \sqrt{2}$ угол отклонения вектора скорости в плоскости годографа $\theta = 9^\circ$ соответствует предельному присоединенному углу отклонения косого скачка уплотнения со звуковой скоростью за ним, т.е. является предельным вогнутым углом, при натекании на который заторможенный поток остается сверхзвуковым.)

Область скоростей $M > \sqrt{2}$ ($\lambda > \sqrt{(k+1)/k}$), угол $\mu > 45^\circ$, $a_T < a_n$ (превалируют силы, обуславливающие поворот потока) и $h_1 = h_0 + \Delta h < h_2 = h_0 - \Delta h$. Условие появления предельной линии (4) требует выполнения равенств $h_0 = \pm\Delta h$ и $|\operatorname{tg}\mu| = \operatorname{ctg}\alpha$. В этом случае в плоскости годографа линии тока и эквипотенциальные линии имеют направление, совпадающее с направлением характеристик. Не вдаваясь в подробности исследования особых точек самой предельной линии (точки возврата, двойные точки и т.д.), отметим, что, если линия тока в плоскости годографа касается ее и далее продолжается в виде точки возврата, то в физической плоскости - это два различных вида течения, границей которых является простая волна. При достижении такой

границы зона возмущений охватывает уже всю массу потока, участвующую в повороте потока, т.е. имеет место переход к структуре течения простой

$$\Phi = (k^2 - 1)^{0.5} \cdot (\rho_{kp} r_{kp} \alpha_{kp}) \cdot (\lambda^2 - 1)^{0.5} / \rho \cdot \lambda \cdot \sin \alpha.$$

Физически такой переход характера течения соответствует излому контура линии тока, т.е. образованию угловой точки (точки изгиба контура канала). Решение краевых задач в этой области, связанное с определением постоянной в простой волне, осложнено тем, что возможны такие численные граничные, когда решения не существует [2].

Определение угла μ связано с решением задачи Гурса в следующей формулировке: «Дано

волны, для бегущей вперед волны величина h_0 которой равна Δh и для бегущей назад $h_0 = -\Delta h$, а потенциал скорости составляет величину:

поле скоростей вдоль характеристики АВ, которая пересекается с твердой стенкой (линия тока $\psi = -\rho \lambda h_0 \sin \alpha \operatorname{ctg} \Theta = \text{const}$) в точке А. Найти поле скоростей в области, ограниченной этой характеристикой, стенкой и характеристикой ВС другого семейства». На рис 2а показана картина течения в физической плоскости и на рис.2 б в плоскости годографа для бесконечно малых изменений параметров потока.

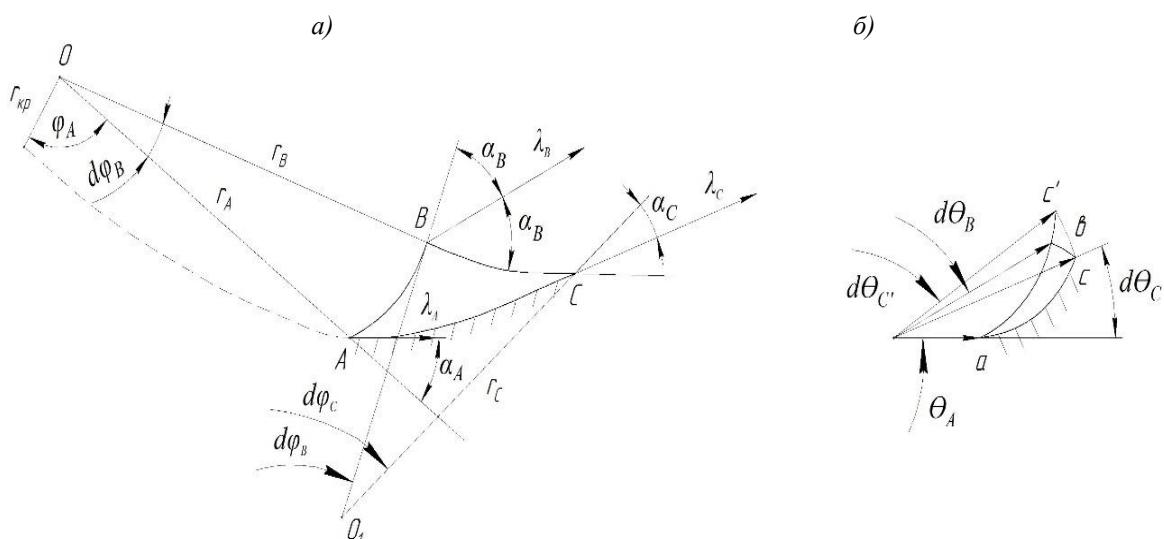


Рис.2 Зона влияния возмущений

Из рис.2 б) следует, что в плоскости годографа справедливо равенство:

$$2d\Theta_B / d\Theta_C = 1 + d\Theta_C / d\Theta_C' = 1 - \operatorname{tg} \mu \operatorname{tg} \alpha. \quad (6)$$

$$2d\Theta_B = d\Theta_C + d\Theta_C'. \quad (5)$$

Разделив в (5) левую и правую части на $d\Theta_C$, получим

Напомним используемые в дальнейшем соотношения в центрированной простой волне в полярной системе координат r, φ [8]. Криволинейная характеристика описывается формулой: $r = r_{kp} / (\cos \varphi / m)^{m/2} \sin^{1/2} \varphi / m$, где r – текущий радиус, φ – угол расширения потока, $m = [(k+1)/(k-1)]^{0.5}$. Из равенства $\Theta = (\varphi + \alpha) - 90^\circ$ следует $d\Theta = [(\lambda^2 - 1) / \lambda^2] d\varphi$. Тогда из (6) получим:

$$2[(\lambda_B^2 - 1) / \lambda_B^2] d\varphi_B / [(\lambda_C^2 - 1) / \lambda_C^2] d\varphi_C = 1 - \operatorname{tg} \mu \operatorname{tg} \alpha. \quad (7)$$

Воспользуемся положением из [6] о том, что произвольно заданное течение можно непрерывно сочетать с течением Прандтля-Майера вдоль характеристики. Определим расход через бесконечно малую дугу характеристики АВ, считая

ее поперечной характеристикой в центрированной простой волне, где точка А принадлежит линии тока обобщенного течения Прандтля-Майера (рис.2). Тогда

$$dG_{AB} = (\rho_A \lambda_A \sin \alpha_A) dS = [(\rho_A r_A \lambda_A / 2 \cos \alpha_A)] d\varphi_B, \quad (8)$$

где $dS = (r / \sin 2\alpha) d\varphi$ – длина дуги характеристики, r – текущий радиус, откладываемый вдоль прямолинейной характеристики с началом координат в точке О.

Текущий радиус в точке А рассчитывается по формуле $r_A = r_{kp} / (\cos \varphi_A / m)^{m/2}$. От угла φ параметры потока имеют следующую зависимость: $\rho = \rho^* [(1 + \cos 2\varphi / m)]^{1/(k-1)}$; $\lambda = [(k - \cos 2\varphi / m)]^{1/(k-1)}$.

$(k - 1)]^{0.5}$. (Напомним, что точка А принадлежит линии тока $\psi = \text{const}$, для которой параметры потока известны.) Для расчета расхода газа через дугу характеристики ВС вводится другая система полярных координат, имеющая в общей точке В угол наклона $2\alpha_B$ с началом координат в точке O_1

$$t\mu = \operatorname{ctg} \alpha_B \{1 - 2[(\lambda_B^2 - 1)/\lambda_B^2]/[(\lambda_C^2 - 1)/\lambda_C^2]\} [(\rho_B \lambda_B r_B / 2\cos \alpha_B)] / (\rho_A r_A \lambda_A / 2\cos \alpha_A),$$

где $r_B = r_A \{(\cos \varphi_A / m)^{m/2} \sin^{1/2} \varphi_A / m\} / (\cos \varphi_B / m)^{m/2} \sin^{1/2} \varphi_B / m$.

(Выполненные проверки для ряда частных точных решений годографа подтвердили справедливость данного равенства).

Таким образом, непрерывное ускоренное (замедленное) движение сверхзвукового потока (без особенностей) можно рассматривать как перемещение и деформацию вдоль линии тока некоторого объема, размеры которого соответствуют локальной зоне влияния возмущений в виде треугольника с углом при вершине равным 2α и сторонами, однозначно связанными с величинами тангенциального и радиального ускорений и сил, вызывающих эти ускорения.

Список литературы (References):

1. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. ч.11. ГИФМЛ. М. 1963. С.727.
2. Курант Г. и Фридрикс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. ИИЛ. М. 1950. С.426.
3. Мизес Р. Математическая теория течений (рис.2) [8]. По аналогии с (8) расход газа через дугу ВС равен: $dG_{BC} = (\rho_B \lambda_B \sin \alpha_B) dS = [(\rho_B \lambda_B r_B / 2\cos \alpha_B)] d\varphi_C$. Откуда при $dG_{AB} = dG_{BC}$, получим $d\varphi_B / d\varphi_C = (\rho_B \lambda_B r_B / 2\cos \alpha_B) / (\rho_A r_A \lambda_A / 2\cos \alpha_A)$. Тогда из (8) следует:
4. Волков К.Н., В.Н. Емельянов В.Н, А. В. Пустовалов А. В. Сверхзвуковые течения невязкого сжимаемого газа в аэродинамических окнах газовых лазеров. Вычислительные методы и программирование. Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ. 2014, т.15, вып.4. с. 712-715.
5. Валиев Х.В., Крайко А.Н. Разлет идеального газа из точки в пустоту. Новая модель Большого взрыва и расширения Вселенной. ПММ. 2015. Т. 79. Вып. 6. С. 793-807.
6. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. ГИТТЛ. Москва-Ленинград. 1959. с. 443
7. Цыбизов Ю.И. Одно частное решение уравнения С.А. Чаплыгина. Изв. АН СССР, МЖГ. 1966 № 3. с. 102-105.
8. Цыбизов Ю.И. К построению линии тока в сложной области сверхзвукового течения. ИВУЗ «Авиационная техника», № 3 1970. с. 137-140.