



Fig. 1 Neutrality of "Hamiltonian" systems.

$$\left\{ \begin{array}{l} D(z, r, a_z) = 0 \\ z_{cr} = i\omega_{cr} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} D_1(\omega, k, a_z) = 0 \\ D_2(\omega, k, a_z) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S(k, a_z) = 0 \\ \omega_{cr} = \omega(k, a_z) \end{array} \right\} \Rightarrow \operatorname{Re}(\Delta z) = - \left[\frac{\partial_a D}{\partial_z D} \right]_{cr} \Delta a_z \begin{array}{l} >^{\text{Hy}} 0 \\ <^{\text{Y}} 0 \end{array}$$

The dependence of the roots of the spectral equation on the electron velocity

\bar{U}_e / ξ	\bar{z}_1	\bar{z}_2	\bar{z}_3	\bar{z}_4
0.1/1	0.639-i1.49	-0.639-i1.49	0.429+i0.165	-0.429+i0.165
0.5/1	0.641-i1.61	-0.525-i1.6	0.538-i0.014	-0.538-i0.014
1/1	0.612-i1.79	-0.612-i1.79	0.612-i0.21	-0.612-i0.21
2/1	0.390-i2.21	-0.390-i2.21	0.636-i0.538	-0.636-i0.538
2.4/1	0.076-i2.41	-0.076-i2.41	0.613-i0.643	-0.613-i0.643
2.45/1	0-i2.55	0-i2.34	0.610-i0.655	-0.610-i0.655
5/1	0-i2.90	0-i5.20	0.351-i0.952	-0.351-i0.952
10/1	0-i5.40	0-i10.1	0.158-i0.996	-0.158-i0.996

УДК: 533.22
ГРНТИ 30.17.33

**АНАЛИЗ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА
ПРИ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ ПАРАМЕТРОВ**

DOI: [10.31618/ESU.2413-9335.2020.5.74.757](https://doi.org/10.31618/ESU.2413-9335.2020.5.74.757)

Секриеру Г.В.

Институт Математики и Информатики,
Молдова, г. Кишинев
**ANALYSIS OF FORMATION OF VISCOUS HEAT CONDUCTING GAS FLOWS
FOR SMALL PERTURBATIONS OF PARAMETERS**

Secieru G.V.

Institute of Mathematics and Computer Science,
Chisinau, Moldova**АННОТАЦИЯ**

Рассматривается формирование одномерных течений возникающих в результате взаимодействия вязкого теплопроводного газа и теплопроводной стенки в процессе отражения нормально падающей слабой ударной волны. Формирование поле течения при малых возмущениях параметров исследуется на основе уравнений Навье-Стокса, линеаризованных около значений параметров в начальном состоянии, а распределение температуры стенке моделируется линейным уравнением теплопроводности. Получены аналитические решения линеаризованной системы уравнений, позволяющие анализировать влияние вязкости, теплопроводности и других факторов на формирование непрерывной структуры поле течения с образованием диссипативных и идеальных невязких и нетеплопроводных зон.

ABSTRACT

Formation of one-dimensional flows arising as a result of interaction of a viscous heat-conducting gas and a heat-conducting wall in the process of reflection of a normally incident weak shock wave is considered. Formation of the flow field with small perturbations of parameters is studied on the basis of the Navier - Stokes equations linearized around the values of the parameters in the initial state, and the wall temperature distribution is modeled by linear heat equation. Analytical solutions of the linearized system of equations are obtained that allow one to

analyze the influence of viscosity, thermal conductivity, and other factors on the formation of a continuous flow field structure with the formation of dissipative and ideal inviscid and non-heat-conducting zones.

Ключевые слова: одномерные нестационарные течения, малые возмущения параметров, вязкий теплопроводный газ, уравнения Навье-Стокса, линеаризованные решения.

Keywords: one-dimensional unsteady flows, small perturbations of parameters, viscous heat-conducting gas, Navier-Stokes equations, linearized solutions.

Введение. Многие природные явления и физические процессы, связанные с движением газа, приводят к развитию нестационарных течений и распространению ударных волн в газовой среде. Такие течения возникают в различных контактных системах газ – твердое тело при движении твердых тел в газовой среде, в ударных трубах, при взрывах и других случаях. Математическое моделирование течений газа играет ключевую роль при решении многих встречающихся в инженерной практике задач для обеспечения повышенных требований к эффективности работы разливных устройств. Широкое распространение этих процессов в природе и технике обуславливает необходимость изучения эффектов, сопровождающих взаимодействие ударных волн с различными преградами, которое представляет значительный теоретический и прикладной интерес. Наличие тепловых процессов в газовой среде и в конструктивном материале преграды приводит к возникновению возмущений и перестройки структуры всего поля течения. Тщательное экспериментальное исследование процессов взаимодействия ударных волн и твердое тело связано со значительными трудностями. Поэтому использование методов математического моделирования исследуемых динамических процессов за последние годы стало мощным инструментом, позволяющим решать разнообразные задачи механики сплошных сред и изучать возникающих в них явлений.

Настоящая работа посвящена математическому моделированию и исследованию формирования, при малых возмущениях параметров, нестационарных течений вязкого теплопроводного газа, на примере решения задачи об отражении от теплопроводной стенки нормально падающей плоской ударной волны. Рассматривается процесс формирования одномерных течений при малых интенсивностях падающей ударной волны, температура газа за которой мало отличается от начальной температуры стенки. В результате взаимодействия падающей ударной волны и стенки, газодинамические и тепловые процессы приводят к возникновению течений со сложной внутренней структурой. Учет влияния диссипативных эффектов приводит к необходимости использования, для описания возникающих течений, полных уравнений Навье – Стокса, успешно моделирующих законы сохранения массы, импульса и энергии в широком диапазоне изменения параметров [1-3]. При малых возмущениях параметров поле течения исследуется на основе системы уравнений Навье-Стокса, линеаризованной около начального состояния, а

распределение температуры стенке моделируется линейным уравнением теплопроводности [1,3,4]. Получены аналитических решений линеаризованной системы с учетом влияния диссипативных и других факторов на формирование непрерывной структуры отраженного потока с образованием диссипативных и идеальных невязких и нетеплопроводных зон. Линеаризованные решения представляют интерес, как для исследования непрерывной структуры отраженного потока вязкого теплопроводного газа, а также в качестве теста при разработке и отладке вычислительных алгоритмов для проведения численных экспериментов с использованием нелинеаризованных уравнений Навье-Стокса.

Постановка задачи, моделирование течения и условия. Пусть в начальный момент времени $t=0$ на теплопроводную непроницаемую стенку, с начальной температурой T_w^0 , набегают нормально падающую плоскую ударную волну, которая при $t < 0$ двигалась с постоянной скоростью по однородному покоящемуся газу как идеальный скачек уплотнения. Процесс формирования одномерного отраженного газового потока описывается в эйлеровой системе координат связанной с поверхностью стенки, занимающая полупространство $x < 0$, а ось x направлена в противоположном направлении падающего скачка уплотнения. За падающим скачком следует однородный поток вязкого теплопроводного газа, занимающий при $t=0$ полупространство $x > 0$, с постоянными параметрами скоростью - u_0 , давлением - p^0 , температурой - T^0 , скоростью звука - c^0 . Здесь и в дальнейшем верхний индекс 0 используется для обозначения значения параметров в начальный момент времени.

Газодинамические и тепловые процессы взаимодействия падающего скачка уплотнения и стенки при $t > 0$ приводят к возникновению нестационарных течений, которые описываются в рамках теории сплошной среды системой полных уравнений Навье – Стокса.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ \mu c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) &= \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь и в дальнейшем приняты следующие обозначения t -время, x - пространственная координата, u - скорость, p - давление, T - температура, ρ - плотность, μ - коэффициент

вязкости, k - коэффициент теплопроводности, c_p - удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Система уравнений (1) замыкается уравнением состояния газа с постоянным показателем адиабаты $\gamma = c_p/c_v$, которая представляется в виде [3]

$$p = R\rho T \quad (2)$$

где R - универсальная газовая постоянная, c_v - удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Распределение температуры стенки описывается линейным уравнением теплопроводности твердого тела [3,4]

$$\frac{\partial T_w}{\partial t} = k_w^2 \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} \quad (3)$$

где k_w - коэффициент теплопроводности материала стенки, $T_w(t,x)$ - текущая температура стенки, а нижним индексом w помечаются величины, относящиеся к стенке.

Сформулируем начальные и граничные условия необходимые для решения поставленной задачи о развитии нестационарных течений вязкого теплопроводного газа при отражении слабой ударной волны от теплопроводной стенки.

В начальный момент времени $t = 0$ пространственное распределение параметров газа совпадает с распределением параметров за падающим скачком уплотнения.

Граничные условия задаются на поверхность раздела газа и стенки ($x = 0$) и на достаточном удалении от поверхности стенки $x \rightarrow \pm\infty$. На поверхности $x = 0$, при отсутствии вдувания газа через поверхность стенки, ставятся условия прилипания и непрерывности температур и теплового потока. На достаточном удалении от поверхности стенки ($x \rightarrow \pm\infty$) требуется выполнение асимптотических условий, которые состоят в стремлении значения параметров к распределению заданному в начальных условиях.

Совокупность уравнения (1)–(3) с заданными начальными и граничными условиями образует математическую модель, которая описывает возникающее нестационарное течение вязкого теплопроводного газа, и распределение температуры стенки в последующие моменты времени $t > 0$.

$$u_\varepsilon(0, x > 0) = u_\varepsilon^0, p_\varepsilon(0, x > 0) = 0, T_\varepsilon(0, x > 0) = 0, \rho_\varepsilon(0, x > 0) = 0; \quad (6)$$

на границе раздела газа и стенки ($x = 0$) на основании условий прилипания и непрерывности температур и теплового потока получаем:

$$u_\varepsilon(t > 0, 0) = 0,$$

$$T^0 + T_\varepsilon(t > 0, 0) = T_w(t > 0, 0), (k^0 \partial T_\varepsilon / \partial x)_{x=0} = (k_w^0 \partial T_w / \partial x)_{x=0}, \quad (7)$$

из асимптотических условий вдали от поверхности стенки при $x \rightarrow \pm\infty$, имеем:

$$u_\varepsilon(t > 0, x \rightarrow +\infty) = u_\varepsilon^0, p_\varepsilon(t > 0, x \rightarrow +\infty) = 0, \rho_\varepsilon(t > 0, x \rightarrow +\infty) = 0$$

В случае нулевой интенсивности падающей ударной волны приходим к задаче контакта в системе газ – твердое тело: контакт первоначально покоящегося газа ($u_0=0$) и неподвижной стенки при наличии скачка начальных температур $T_w^0/T^0 \neq 1$ [3].

Концепция решения задачи и результаты. Решение поставленной задачи ищется, используя ее близости к решению в начальный момент времени. Параметры газа и стенки представим в виде суммы двух величин

$$Y(t, x) = Y^0 + Y_\varepsilon(t, x), \quad (4)$$

первая из которых соответствует значению параметра в начальном состоянии (отмечена верхним индексом нуль), а вторая выражает малое нестационарное возмущение и отмечена нижним индексом ε . Здесь Y представляется как вектор-функция компоненты, которой являются параметры газа и стенки.

Параметры газа и стенки представляем выражением (4) и подставляем их в уравнениях (1)–(3). При малых возмущениях $(|Y - Y^0|) / Y^0 \ll 1$ уравнения (1)–(3) упрощаются за счет пренебрежения всеми членами порядка выше первого по степени возмущения и их производных. После отбрасывания членов с порядком малости выше первого в уравнениях (1) и (2) получим, что возмущения параметров газа удовлетворяют следующим линеаризованным уравнениям [3,5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_\varepsilon}{\partial t} + \rho^0 \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial t} &= 0 \\ \rho^0 \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial p_\varepsilon}{\partial x} &= \mu^0 \frac{\partial^2 u_\varepsilon}{\partial x^2} \\ \rho^0 c_p \frac{\partial T_\varepsilon}{\partial t} &= \frac{\partial p_\varepsilon}{\partial t} + k^0 \frac{\partial^2 T_\varepsilon}{\partial x^2} \\ p_\varepsilon &= R\rho^0 T_\varepsilon + RT^0 \rho_\varepsilon \end{aligned} \quad (5)$$

Для функции возмущения температуры стенки сохраняется вид уравнения (3) с добавлением индекса ε .

Начальные и граничные условия для возмущений параметров газа и стенки, учитывая представление (4), суть:

при $t = 0$:

$$T_{\varepsilon}(t > 0, x \rightarrow +\infty) = 0, T_w(t > 0, x \rightarrow -\infty) = T_w^0 \quad (8)$$

Линеаризованная задача (5) – (8) описывает эволюцию основных возмущений параметров газа и стенки, а ее решение ищем в виде суммы двух слагаемых

$$Y_{\varepsilon}(t, x) = Y_{\varepsilon 1}(t, x) + Y_{\varepsilon 2}(t, x)$$

Первое слагаемое (помеченное индексом $\varepsilon 1$) учитывает перепад начальных температур, а второе (помеченное индексом $\varepsilon 2$) – начальный профиль скорости. Заметим, что для каждого из двух слагаемых уравнения (3),(5) сохраняют прежний вид.

Для совместного решения линеаризованной системы уравнений Навье-Стокса (5) и уравнения теплопроводности (3) с начальными и граничными условиями (6) – (8) воспользуемся методом интегральных преобразований Лапласа [6] по действительной переменной t . При этом осуществляется переход от функции-оригинал $Y(t, x)$, с помощью интегральным преобразованием,

$$u_{\varepsilon 1}(t, x) = \frac{2Sc_p(T_0 - T_w^0)}{k^0\sqrt{\pi}(s\sqrt{\gamma} + 1)} \left[\sqrt{t} \left(e^{\frac{-x^2}{4\gamma k^{02}t}} - e^{\frac{-x^2}{4k^{02}t}} \right) + \frac{x}{k^0} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2k^0\sqrt{t}} \right) - \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2k^0\sqrt{\gamma t}} \right) \right] \right] \hat{\varepsilon}$$

$$p_{\varepsilon 1}(t, x) = \frac{k^0 s \sqrt{\gamma} (T_0 - T_w^0) (\gamma + 1)}{k^{02} \gamma (s \sqrt{\gamma} + 1)} \hat{\varepsilon} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2k^0 \sqrt{\gamma t}} \right) \hat{\varepsilon}$$

$$T_{\varepsilon 1}(t, x) \hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon} - \hat{\varepsilon} \frac{s \sqrt{\gamma} (T_0 - T_w^0)}{s \sqrt{\gamma} + 1} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2k^0 \sqrt{\gamma t}} \right)$$

$$T_{w\varepsilon 1}(t, x) = \frac{T_0 - T_w^0}{s \sqrt{\gamma} + 1} \operatorname{erfc} \left(\frac{|x|}{2k_w \sqrt{t}} \right) \quad (9)$$

$$\text{где } s = \frac{k_w^0 a^0}{k^0 a_w^0}, a^0 = \sqrt{\frac{\mu^0}{\rho^0}}$$

В дальнейшем приводится решение задачи для второго слагаемого (помеченное индексом $\varepsilon 2$), которое обусловлено влиянием начального профиля скорости. При этом начальные и граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{при } t = 0: u_{\varepsilon 2}(0, x > 0) &= u_{\varepsilon}^0, \\ p_{\varepsilon 2}(0, x > 0) = T_{\varepsilon 2}(0, x > 0) &= T_{w\varepsilon 2}(0, x < 0) = 0 \\ \text{на поверхность стенки } (x=0): & \\ u_{\varepsilon 2}(t, 0) = 0, T_{\varepsilon 2}(t, 0) &= T_{w\varepsilon 2}(t, 0), \\ k^0 \frac{\partial T_{\varepsilon 2}(t, 0)}{\partial x} &= k_w \frac{\partial T_{w\varepsilon 2}(t, 0)}{\partial x}, \\ \text{при } x \rightarrow \pm\infty: p_{\varepsilon 2}(t, +\infty) &= T_{\varepsilon 2}(t, +\infty) = \\ T_{w\varepsilon 2}(t, -\infty) = 0, u_{\varepsilon 2}(t, +\infty) &= u_{\varepsilon}^0 \end{aligned}$$

Второе уравнение в системе (5) дифференцируем по t , а третью - по x и складываем их. В результате, при числе Прандтля $Pr = c_p \mu^0 / \kappa^0 = 1$, получаем уравнение:

к функции-изображения (помеченной верхним индексом $\hat{\varepsilon}$) $\hat{Y}(\beta, x)$ от комплексной переменной β . После получения решения дифференциального уравнения в изображениях, с помощью обратных преобразований, находим искомым оригинал решения.

Решение для первого слагаемого (помеченное индексом $\varepsilon 1$), описывающего влияние начального перепада температур, находится методом преобразований Лапласа аналогично решению задачи о контакте первоначально покоящегося газа и теплопроводной стенки при малых перепадах начальных температур [7]. При этом начальные и граничные условия отличаются от условий (6) – (8) тем, что $u_{\varepsilon 1}(0, x > 0) = 0, u_{\varepsilon 1}(t, x \rightarrow \infty) = 0$. На основе анализа решений приведенных в [3] находим асимптотические решения при малых ($t \ll 1$) временах для первого слагаемого, которые описываются формулами:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = a^0 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \text{ где } F(t, x) = \frac{\partial u_{\varepsilon 2}}{\partial t} + c_p \frac{\partial T_{\varepsilon 2}}{\partial x} \quad (10)$$

Уравнение (10) решается с условиями: $F(0, x > 0) = F(t, x \rightarrow +\infty) = 0, F(t, x = 0) = \phi(t)$

где функция $\phi(t) = \frac{\partial u_{\varepsilon 2}(t, x=0)}{\partial t} + c_p \frac{\partial T_{\varepsilon 2}(t, x=0)}{\partial x}$ определяется из последующего решения задачи. С помощью аппарата преобразований Лапласа находится решение уравнения (10) в виде

$$F(t, x) = \frac{x}{2a^0\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\phi(\tau)}{(t-\tau)^{3/2}} e^{-\frac{x^2}{4a^{02}(t-\tau)}} d\tau \quad (11)$$

После ряд преобразований в системе (5), и учитывая введенную функцию F , приходим к уравнениям третьего порядка для функций возмущения температуры и скорости

$$\begin{aligned} \mu^0 \frac{\partial^3 u_{\varepsilon 2}}{\partial t \partial x^2} + p^0 \frac{\partial^2 u_{\varepsilon 2}}{\partial x^2} - \frac{\rho^0}{\gamma} \frac{\partial^2 u_{\varepsilon 2}}{\partial t^2} - \frac{\gamma-1}{\gamma} \rho^0 \frac{\partial F}{\partial t} &= 0 \\ k^0 \frac{\partial^3 T_{\varepsilon 2}}{\partial t \partial x^2} + p^0 c_p \frac{\partial^2 T_{\varepsilon 2}}{\partial x^2} - \rho^0 c_v \frac{\partial^2 T_{\varepsilon 2}}{\partial t^2} - p^0 \frac{\partial F}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

К уравнениям (12) присоединяется уравнение [4,6],. В результате, для функций возмущения в для возмущения температуры стенки (3) и изображениях получаем уравнения применяется аппарат преобразований Лапласа

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \hat{u}_{\varepsilon 2}}{dx^2} - b_1 \beta^2 \hat{u}_{\varepsilon 2} - b_1 (\gamma - 1) \beta \hat{\phi}_1(\beta) e^{-\frac{x}{a^0 \sqrt{\beta}}} + b_1 u_{\varepsilon}^0 \beta &= 0 \\ \frac{d^2 \hat{T}_{\varepsilon 2}}{dx^2} - b_2 \beta^2 \hat{T}_{\varepsilon 2} + \frac{p^0 \sqrt{\beta}}{b_3 a^0} \hat{\phi}(\beta) e^{-\frac{x}{a^0 \sqrt{\beta}}} &= 0 \\ \frac{d^2 \hat{T}_{w\varepsilon 2}}{dx^2} - \frac{\beta}{a_w^2} \hat{T}_{w\varepsilon 2} &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

где $b_1 = \rho^0 / \gamma (p^0 + \beta \mu^0)$, $b_2 = \rho^0 c_v / (k^0 \beta + p^0 c_p)$, $b_3 = k^0 \beta + p^0 c_p$.

Решения второго и третьего уравнений из (13), с учетом граничных условий при $x \rightarrow \pm\infty$ принимают вид:

$$\begin{aligned} \hat{T}_{\varepsilon 2}(\beta, x) &= C_2 e^{-\sqrt{b_2} \beta x} + D e^{-\frac{x}{a^0 \sqrt{\beta}}} \\ \hat{T}_{w\varepsilon 2}(\beta, x) &= A_5 e^{\frac{x}{a_w^2 \sqrt{\beta}}}. \end{aligned} \quad (14)$$

где $D = (p^0 \sqrt{\beta} / a^0 b_3) \hat{\phi}(\beta) / (\beta / a^{0^2} - \rho^0 c_v / b_3)$

Коэффициенты C_2 и A_5 в (14) определяются на основании граничных условий при $x=0$

$$C_2 = -b_4 D, \quad A_5 = (1 - b_4) D, \quad b_4 = \frac{k_w^0 / a_w^0 + k^0 / a^0}{k_w^0 / a_w^0 + k^0 \sqrt{b_2} \beta} \quad (15)$$

Аналогичным образом из первого уравнения (13) находим функцию изображения для возмущения скорости в виде

$$\hat{u}_{\varepsilon 2}(\beta, x) = G_1 + G_2 e^{-b_5 \beta x / \sqrt{\gamma}} + G_3 e^{-x \sqrt{\beta} / a^0} + G_4 e^{-b_5 \beta x}. \quad (16)$$

Коэффициенты G_1, G_2, G_3, G_4 определяются на основании начальных и граничных условий. В частности, из условий при $x=0$, получаем

$$\hat{\phi}(\beta) = u_{\varepsilon}^0 + \beta \hat{u}(\beta, 0) + c_p \frac{d\hat{T}(\beta, 0)}{dx} \quad (17)$$

После подстановки в (17) выражений (14) и (16) получаем уравнение, из которого определяем выражение $\hat{\phi}(\beta)$ в виде

$$\hat{\phi}(\beta) = u_{\varepsilon}^0 / \left[\frac{p^0 a^0 \gamma \sqrt{\beta}}{\beta \gamma b_4 - \mu^0} \left(\frac{\beta}{\sqrt{\gamma} s \sqrt{b_4 / \rho^0 + a^0 \sqrt{\beta} / \sqrt{\gamma}}} - \frac{\sqrt{\beta}}{a^0} \right) - 1 \right] \quad (18)$$

Из первого и второго уравнений (5), с учетом (16), можно получить выражения изображений для функций возмущения плотности и давления.

В результате получаем формул для изображения параметров газа и температуры

стенки, на основании которых с помощью обратных преобразований Лапласа находятся выражения для функций оригиналов параметров. Однако громоздкий вид окончательных выражений изображений приводит к значительным трудностям

при их обратном преобразовании. Целесообразным, в этом случае, становится построение более простых асимптотических приближенных решений, позволяющих анализировать процесс формирования течений.

Для анализа формирования течений интерес представляет асимптотические решение, в

наиболее интенсивной фазе взаимодействия, при малых временах $t \rightarrow 0 (\beta \rightarrow \infty)$ путем разложения функций изображения в ряд по малому параметру $1/\beta$. Для старших членов разложений из выражений (18), (15) и (14) получаем

$$\hat{\phi}(\beta) = -u_{\varepsilon}^0, D = -\frac{p^0 a^0 u_{\varepsilon}^0}{c_p \mu^0 \beta^{3/2}}, G_1 = \frac{u_{\varepsilon}^0}{\beta}, G_2 = \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma-1} \frac{s+1}{(s+\frac{1}{\sqrt{\gamma}})} \frac{p^0 u_{\varepsilon}^0}{c_p \mu^0 \beta^2},$$

$$G_3 = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{u_{\varepsilon}^0}{\beta}, G_4 = -\frac{2\gamma-1}{\gamma} \frac{u_{\varepsilon}^0}{\beta}, C_2 = \frac{s+1}{s+1/\sqrt{\gamma}} \frac{p^0 a^0 u_{\varepsilon}^0}{c_p \mu^0 \beta^{3/2}}, A_5 = \frac{\sqrt{\gamma}-1}{s\sqrt{\gamma}+1} \frac{p^0 a^0}{c_p \mu^0 \beta^{3/2}} \quad (19)$$

На основании формул (14), (16) и (19), с помощью обратных преобразований Лапласа [4,6], находятся выражения для функций оригиналов параметров газа и стенки

$$u_{\varepsilon 2}(t, x) = u_{\varepsilon}^0 \operatorname{erfc}(z),$$

$$\rho_{\varepsilon 2}(t, x) = -\frac{\rho^0 u_{\varepsilon}^0}{a^0 \left(2\sqrt{t/\pi} e^{-z^2} - 2z\sqrt{t} \operatorname{erfc}(z) \right)}$$

$$T_{\varepsilon 2}(t, x) = \frac{p^0 a^0 u_{\varepsilon}^0}{c_p \mu^0} \left[\frac{\sqrt{\gamma}(s+1)}{s\sqrt{\gamma}+1} \left(2\sqrt{t/\pi} e^{-z^2/\gamma} - \frac{x}{a^0 \sqrt{\gamma}} \operatorname{erfc}(z/\sqrt{\gamma}) \right) - \left(2\sqrt{t/\pi} e^{-z^2} - x/a^0 \operatorname{erfc}(z) \right) \right]$$

$$T_{w\varepsilon 2}(t, x) = \frac{(\sqrt{\gamma}-1)}{(s\sqrt{\gamma}+1)} \frac{p^0 a^0 u_{\varepsilon}^0}{c_p \mu^0} \left(2\sqrt{t/\pi} e^{-z_w^2} - 2\sqrt{t} z_w \operatorname{erfc}(z_w) \right) \quad (20)$$

где $z = x/2a^0\sqrt{t}$, $z_w = |x|/2a_w\sqrt{t}$.

Выводы. Получены линеаризованные решения (9) и (20) для основного члена разложений параметров, которые описывают процесс формирования течения в начальной, наиболее интенсивной, фазе взаимодействия газа и стенки. Эти решения позволяют установить основные характерные особенности течений, возникающих в вязком теплопроводном газе при его взаимодействии с холодной или горячей стенкой, наглядно проследить динамику развития структуры поля течения, а также оценить влияние теплопроводности и других диссипативных факторов. Повышение точности линеаризованного решения можно путем получения выражения для последующих членов разложения.

Линеаризованные решения, при малых возмущениях параметров около некоторого однородного состояния, представляют интерес, как для исследования непрерывной структуры формирующегося отраженного потока вязкого теплопроводного газа, так и в качестве теста при разработке методов и отладке вычислительных алгоритмов для проведения численных

экспериментов с использованием нелинейных уравнений Навье-Стокса.

Работа выполнена при поддержке Национального Агентства по Науки и Развитию Молдовы, в рамках гранта № 20.80009.5007.13.

Литература

1. Основы газовой динамики. М. Изд-во иностранная литература, 1963. 702 с.
2. Лойцманский Механика жидкости и газа. –М. Нука, 1973, 732 с.
3. Демьянов Ю. А., Секриеру Г. В., Игошин А. И., и др. Одномерные нестационарные течения реального газа. Кишинев, Штиинца. 1980, 185с.
4. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М. Высшая школа. 1967, 599 с.
5. Демьянов Ю. А., Секриеру Г. В. Формирование одномерных течений вязкого теплопроводного газа при малых возмущениях параметров. Изв. АН СССР, МЖГ, 1986, №5, с.105-111.
6. Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. М.: Наука, 1965, 287 с.