стримера рассматривать вероятностный процесс нахождения или создания в газовой среде счетчика свободного или «затравочного» электрона. Оба эти условия выполняются при перпендикулярном облучении анодной проволоки счетчика, когда «работает» колонная рекомбинация и стример «помнит» направление облучения в отсутствие фотонной и ионной бомбардировки катода. При достижении напряжения на счетчике, равного U_0 , происходит образование коронного разряда за счет фотонной и ионной обратной связи, так что все импульсы приобретают одинаковую величину.

Литература

1.Фюнфер Э.,НейертГ., Счетчики излучений. Гос. изд.лит.в обл. науки и техн.М., 1961.
2.КорфС., Счетчики электронов и ядерных частиц. М., 1947.
3.CharpakG.,SauliF. // Nucl. Instrum. and Methods. 1971. V.96, P.363
4.RazinV.I. and ReshetinA.I. // Physics of Particles and Nuclei Letters, 2012,V.9., №1.P.58-61.
5.RaetherH. Electron avalanches and breakdowns in gases. Butterworths, Washington, 1964.
6.MeekJ.M., in: J.A.Rees (Ed.),Electrical Breakdown of Gases,Macmillan.London, 1973.
7.РазинВ.И, Исследование времени деионизации в низковольтных галогенных счетчиках, дипломная работа. МЭИ, М.,1967.

УДК 621.391
ГРНТИ 49.03

СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ МОЩНОСТИ СИГНАЛОВ С *M*-ИЧНОЙ ЧАСТОТНОЙ МАНИПУЛЯЦИЕЙ ПРИ ЦЕЛОМ ЗНАЧЕНИИ ИНДЕКСА МОДУЛЯЦИИ

Приходько Андрей Иванович
д-р техн. наук, профессор кафедры оптоэлектроники
Ромащенко Анастасия Александровна
магистрант кафедры оптоэлектроники
Кубанский государственный университет, г. Краснодар

АННОТАЦИЯ
Получено выражение для спектральной плотности мощности сигналов с *M*-ичной частотной манипуляцией при целом значении индекса модуляции
ABSTRACT
The expression for power spectral density of *M*-ary frequency shift keying signals with integer modulation index is obtained.

Ключевые слова: частотная манипуляция, индекс модуляции, спектральная плотность мощности, преобразование Фурье,
Keywords: frequency shift keying, modulation index, power spectral density, Fourier transform.
Equation Section 1

Сигнал с *M*-ичной частотной манипуляцией (МЧМ) на интервале времени $0 \le t \le T$ определяется выражением

$$u_i(t) = U_0\, cos(\,\omega_i t + \varphi_0), \qquad (1)$$

где U_0, и φ_0 – амплитуда и мгновенная начальная фаза сигнала соответственно; T – длительность элемента сигнала;

$$\omega_i = \omega_0 + \alpha_i \omega_d \qquad (2)$$

– мгновенная частота сигнала, соответствующая передаче комбинации $\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i1}\beta_{i2} \dots \beta_{im})$ из $m = log_2 M$ информационных двоичных символов; $M = 2^m$ при m = 1, 2, …; ω_0 и ω_d – средняя (несущая) частота и девиация частоты соответственно;

$$\alpha_i = 2i - (M+1) \qquad (3)$$

– величина *M*-ичного символа, отвечающая комбинации $\boldsymbol{\beta}_i$ при i = 1, 2, …, M;

Девиация частоты ω_d связана с разносом частот

$$\Delta\omega = |\omega_i - \omega_{i+1}|,\ i = 1, 2, \dots, M-1 \qquad (4)$$

равенством

$$\omega_d = \frac{\Delta\omega}{2}, \qquad (5)$$

а индекс модуляции задается формулой

$$\beta = \frac{\omega_d}{\pi} T. \qquad (6)$$

На бесконечном интервале времени сигнал с МЧМ имеет вид

$$u_{\text{ЧМ}}(t) = U_0 \cos\left[\omega_0 t + 2\pi\beta \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \int_{-\infty}^{t} g_f(t-kT)dt + \varphi_0\right], \tag{7}$$

где a_k – символы кодирующей последовательности $\{a_k\}$, при i = 1, 2, …, M принимающие значения (3);

$$g_f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2T} \text{при } 0 \le t \le T, \\ 0 \text{при } t < 0, t > T \end{cases} \tag{8}$$

– прямоугольный частотный импульс, отражающий закон изменения частоты сигнала при изменении символа a_k и удовлетворяющий условию нормировки $\int_{-\infty}^{\infty} g_f(t)dt = \frac{1}{2}$.

Манипулирующий сигнал с многоуровневой импульсной модуляцией

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t-kT),$$

где

$$g(t) = \begin{cases} 1 \text{ при } 0 \le t \le T, \\ 0 \text{ при } t < 0, t > T \end{cases}$$

прямоугольный видеоимпульс с единичной амплитудой и длительностью T и МЧМ сигнал (7), (8) при M = 4 и β = 1 показаны на рис. 1.

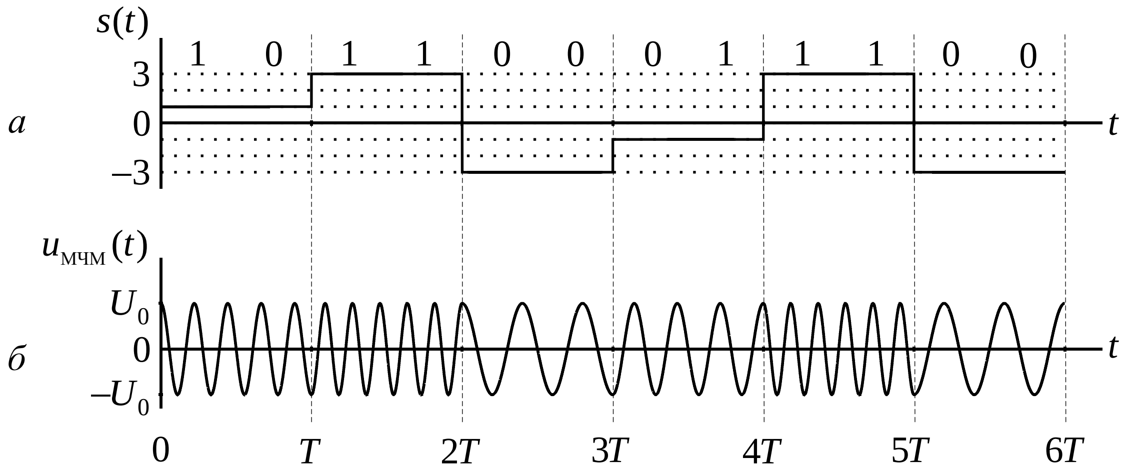

Рис. 1. Манипулирующий сигнал (а), МЧМ сигнал (б) при M = 4 и β = 1

В предположении, что манипулирующая последовательность $\{a_k\}$ представляет собой стационарную в широком смысле последовательность равновероятных некоррелированных символов с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, а мгновенная начальная фаза φ_0 сигнала (7) представляет собой не зависящую от последовательности$\{a_k\}$ случайную величину с равномерной плотностью распределения вероятностей

$$f(\varphi_0) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \text{при } |\varphi_0| \le \pi, \\ 0 \text{при } |\varphi_0| > \pi, \end{cases}$$

в [2] получено следующее выражение для спектральной плотности мощности (СПМ) сигнала с МЧМ:

$$R^{+}_{\text{МЧМ}}(f) = \frac{U_0^2 T}{2M}\left[\sum_{i=1}^{M} S_i^2(f) + \frac{2}{M}\sum_{i=1}^{M}\sum_{k=1}^{M} C_{ik}(f) S_i(f) S_k(f)\right], \tag{9}$$

где

$$S_i(f) = \frac{\sin\pi[(f-f_0)T - (2i-1-M)\beta/2]}{\pi[(f-f_0)T - (2i-1-M)\beta/2]}; \tag{10}$$

$$C_{ik}(f) = \frac{\cos[2\pi(f-f_0)T - \nu_{ik}] - \gamma\cos\nu_{ik}}{1+\gamma^2 - 2\gamma\cos 2\pi(f-f_0)T}; \tag{11}$$

$$\nu_{ik} = \pi\beta(i+k-1-M); \tag{12}$$

$$\gamma = \frac{\sin M\pi\beta}{M\sin\pi\beta}. \tag{13}$$

В [1–4] указано, что определяемая формулами (9)–(13) односторонняя СПМ сигнала с МЧМ при дробных значениях индекса модуляции непрерывна, а при целых β – содержит дискретные составляющие (дельта-функции) на частотах (2). Однако содержащее дельта-функции явное выражение для СПМ в этом важном частном случае в [1–4] не приводится. Возможно, именно поэтому в [1, 3] отсутствуют графики СПМ сигналов с МЧМ при целых значениями индекса модуляции β.

Известно [1, 3], что при M-ичной манипуляции без памяти, когда элементы $u_i(t)$ манипулированного сигнала $u(t) = Re[\dot{v}(t)\, exp(j\omega_0 t)]$ передаются с вероятностями p_i при $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ M$, СПМ его комплексной огибающей $\dot{v}(t)$ задается формулой

$$R_{\dot{v}}(f) = \frac{1}{T^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left|\sum_{i=1}^{M} p_i \dot{V}_i(n/T)\right|^2 \delta(f - n/T) +$$
$$+\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{M} p_i(1-p_i)\left|\dot{V}_i(f)\right|^2 - \frac{2}{T}\sum_{\substack{i=1\\ i<k}}^{M}\sum_{k=1}^{M} p_i p_k\, Re\left[\dot{V}_i(f)\dot{V}_k^*(f)\right], \qquad (14)$$

где $\dot{V}_i(f)$ – спектр комплексной огибающей $\dot{v}_i(t)$ элемента $u_i(t)$.

Комплексная огибающая сигнала (1) в соответствии с (6), (3), (2) имеет вид

$$\dot{v}_i(t) = U_0\, exp[j(\alpha_i \omega_d t + \varphi_0)],\ 0 \le t \le T$$

или

$$\dot{v}_i(t) = U_0\, exp[j\pi(2i - 1 - M)\beta t/T + j\varphi_0],\ 0 \le t \le T. \qquad (15)$$

Вычисляя преобразование Фурье сигнала (15), получаем, что спектральная плотность комплексной огибающей $\dot{v}(t)$ составляет

$$\dot{V}_i(f) = U_0 T\frac{sin\,\pi\,[fT - (2i - 1 - M)\beta/2]}{\pi[fT - (2i - 1 - M)\beta/2]}\times$$
$$\times\, exp\{-j\pi[fT - (2i - 1 - M)\beta/2] + j\varphi_0\}. \qquad (16)$$

При постоянной величине мгновенной начальной фазы φ_0 и целых значениях индекса модуляции β элементы (1) образуют когерентную последовательность МЧМ сигналов с непрерывной фазой и без памяти. Подставляя (16) в (14) и полагая $p_i = 1/M,\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ M$, получаем формулу для СПМ $R_{\dot{v}}(f)$ комплексной огибающей $\dot{v}(t)$, которая с учетом соотношения [4] $R^{+}_{\text{МЧМ}}(f) = \frac{1}{2}R_{\dot{v}}(f - f_0)$ приводит к следующему выражению для односторонней СПМ сигнала с МЧМ при целых значениях β:

$$R^{+}_{\text{МЧМ}}(f) = \frac{U_0^2}{2M^2}\sum_{i=1}^{M}\delta[f - f_0 - (2i - 1 - M)\beta/(2T)] +$$
$$+\frac{U_0^2 T}{2M^2}(M-1)\sum_{i=1}^{M} S_i^2(f) -$$
$$-\frac{U_0^2 T}{M^2}\sum_{\substack{i=1\\ i<k}}^{M}\sum_{k=1}^{M} S_i(f) S_k(f)\, cos[(i-k)\pi\beta], \qquad (17)$$

где $S_i(f)$ задается равенством (10).

При $M = 2$ и β = 1 формула (17) с учетом (10) сводится к известному выражению для СПМ сигнала с двоичной частотной манипуляцией Сунде [4].

Построенные по формулам (9)–(13) и (17) графики нормированных (безразмерных) односторонних СПМ сигнала с МЧМ при $M = 4$ и различных значениях β показаны на рис. 2. Расчеты показывают, что при целых значениях β непрерывные части СПМ, рассчитанные по известным формулам (9)–(13) и предложенной формуле (17) совпадают.

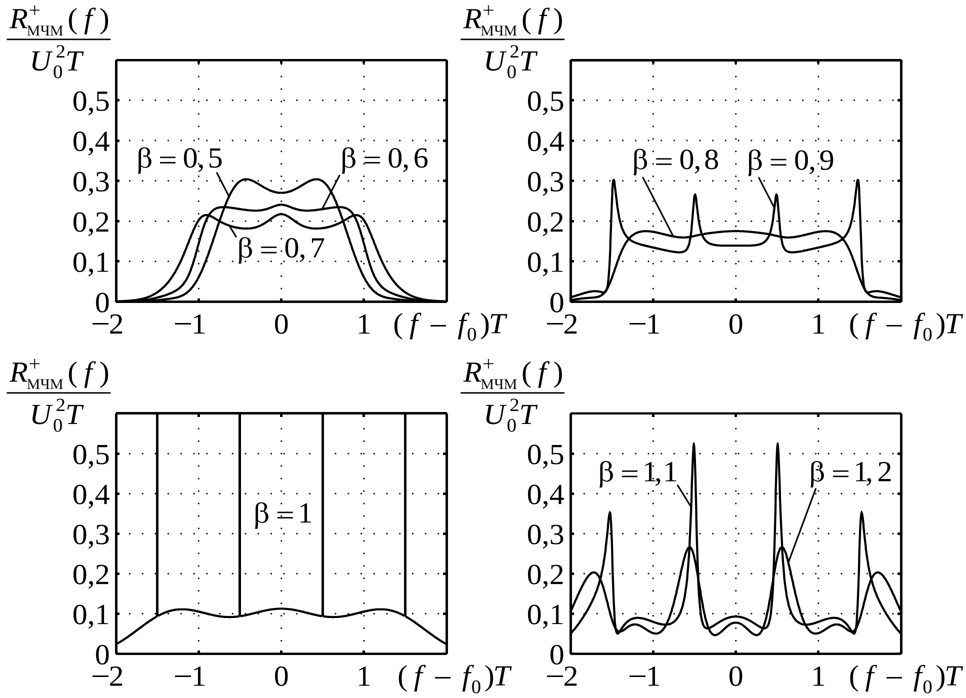

Рис. 2. Односторонние СПМ сигнала с МЧМ при М = 4 и различных β

Список литературы

1. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000. [Proakis J.G. Digital Communications. 3rd ed., New York: McGraw-Hill, 1995.]

2. Anderson R.R., Salz J. Spectra of digital FM // Bell System Technical Journal. Vol. 44. № 6. 1965. P. 1165–1189.

3. Proakis J.G., Salehi M. Digital Communications. 5th ed., New York: McGraw-Hill, 2008.

4. Xiong F. Digital Modulation Techniques. 2nd Ed. – Norwood: Artech House, 2006