

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВОЯКОПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОРТОТРОПНЫХ УПРУГИХ ВКЛЮЧЕНИЙ И ДВУХ СИСТЕМ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ КОГЕЗИОННЫХ ТРЕЩИН В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Мехтиев Рафаел Керим оглы

Кандидат физико–математическое наук,
доцент кафедры Технология материалов

Азербайджанский Технический Университет. г.Баку.

¹Азербайджан, Баку, Ясамал

²Азербайджан, Баку

DOI: [10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.61.6](https://doi.org/10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.61.6)

АННОТАЦИЯ.

На стадии проектирования новых машин и конструкций необходимо учитывать случаи, когда в отдельных узлах машин и конструкций могут возникнуть трещины. Это особенно проявляется в деталях новой техники, в которых наибольшее применение находят высокопрочные конструкционные материалы, имеющих периодическую структуру (композиты), и склонные к хрупкому разрушению. Их работоспособность в значительной степени определяется уровнем концентрации напряжений на контурах раздела различных сред.

ABSTRACT.

At the design stage of new machines and structures, it is necessary to take into account cases when cracks may occur in individual nodes of machines and structures. This is especially evident in the details of the new technology, in which high-strength structural materials with a periodic structure (composites) and prone to brittle fracture are most used. Their performance is largely determined by the level of stress concentration at the separation circuits of various media.

Keywords: doubly periodic lattice, mean stresses, boundary conditions, longitudinal shift, linear algebraic equations, singular equations.

Постановка задачи. Пусть имеется изотропная упругая плоскость, ослабленная двояко периодической системой круговых отверстий, имеющих радиусы λ ($\lambda < 1$) и центры в точках

$$P_{mn} = m\omega_1 + n\omega_2; (m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots),$$

$$\omega_1 = 2; \omega_2 = \omega_1 \cdot h e^{i\alpha}; h > 0; Im\omega_2 > 0.$$

Круговые отверстия плоскости заполнены шайбами без натяга из ортотропного упругого материала, поверхность которых равномерно покрыта однородной цилиндрической пленкой. Кроме того, считается, что упругая плоскость ослаблена двумя двоякопериодическими системами прямолинейных когезионных трещин, берега которых вне конечных

зон свободны от внешних усилий. Рассматриваемая плоскость подвергнута сдвигу усилиями $\tau_y = \tau_y^\infty$, $\tau_x = 0$ (сдвиг на бесконечности) (рис. 1).

При действии внешней нагрузки на составное тело в связях, соединяющие берега конечных зон пред разрушения возникают касательные усилия $q_y(x)$ и $q_x(y)$ соответственно. Эти напряжения заранее неизвестны и подлежат определению в процессе решения краевой задачи механики разрушения [4].

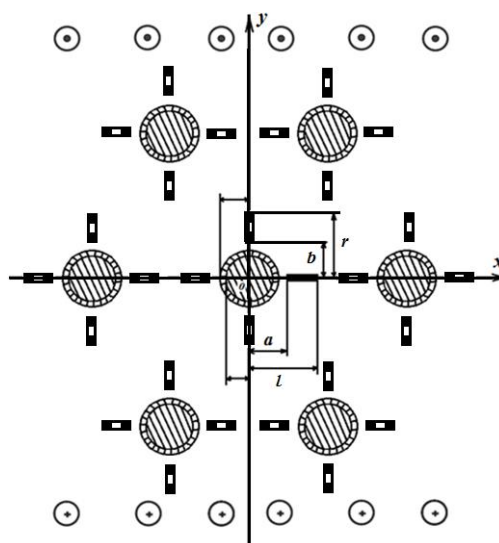


Рис. 1. Расчетная схема задачи о взаимодействии периодической системы инородных включений и когезионных трещин при продольном сдвиге

Выражая напряжения и смещение w через аналитическую функцию

$$\tau_x - i\tau_y = f'(z), \quad w = \frac{1}{\mu} \operatorname{Re} f(z)$$

(где μ – постоянная материала среды; $i = \sqrt{-1}$), краевые условия поставленной задачи запишем в виде [1]

$$\left(1 + \frac{\mu_b}{\mu_t}\right) f_b(\tau_1) + \left(1 - \frac{\mu_b}{\mu_t}\right) \overline{f_b(\tau_1)} = 2f_t(\tau_1), \quad (1)$$

$$\left(1 + \frac{\mu_t}{\mu_s}\right) f_t(\tau) + \left(1 - \frac{\mu_t}{\mu_s}\right) \overline{f_t(\tau)} = 2f_s(\tau), \quad (2)$$

$$f'_s(t) - \overline{f'_s(t)} = f_x(t), \quad f'_s(t_1) - \overline{f'_s(t_1)} = f_y(t_1), \quad (3)$$

где $\tau = \lambda e^{i\theta} + m\omega_1 + n\omega_2$; $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ $\tau_1 = (\lambda - h)e^{i\theta} + m\omega_1 + n\omega_2$ h – толщина покрытия; t и t_1 – аффиксы точек берегов трещин, направленных по осям абсцисс и ординат, соответственно. Величины, относящиеся к покрытию, шайбе и плоскости, в дальнейшем обозначаются соответственно индексами t, b и s [6]:

$$f_x(t) = \begin{cases} 0 & \text{на свободных берегах трещин коллинеарных оси абсцисс} \\ -2iq_y(t) & \text{на берегах концевых зон трещин} \end{cases}$$

$$f_y(t_1) = \begin{cases} 0 & \text{на свободных берегах трещин коллинеарных оси ординат} \\ -2iq_x(t_1) & \text{на берегах концевых зон трещин} \end{cases}$$

Основные соотношения рассматриваемой задачи дополняются соотношениями, связывающими сдвиг берегов зон пред разрушения (концевые зоны) и усилия в связях. Без потери общности эти соотношения представим в виде

$$w^+(x, 0) - w^-(x, 0) = C(x, q_y(x))q_y(x), \quad (4)$$

$$w^+(0, y) - w^-(0, y) = C(y, q_x(y))q_x(y). \quad (5)$$

Здесь функции $C(x, q_y(x))$ и $C(y, q_x(y))$ представляют собой эффективные податливости связей; $(w^+ - w^-)$ – сдвиг берегов зон трещин в плоскости.

Решение краевой задачи. Решение краевой задачи ищем в виде [8]

$$f_s(z) = f_1(z) + f_2(z) + f_3(z), \quad (6)$$

$$f_b(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{2k} \frac{z^{2k+1}}{2k+1}, \quad f_t(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_{2k} z^{2k+1}, \quad (7)$$

$$f_1'(z) = F_1(z) = \tau_y^{\infty} + \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{2k+2} \frac{\lambda^{2k+2} \rho^{(2k)}(z)}{(2k+1)!}, \quad (8)$$

$$F_2(z) = \frac{1}{i\omega} \int_{L_1} g(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{\omega}(t-z) dt, \quad (9)$$

$$F_3(z) = \frac{1}{i\omega} \int_{L_2} g_1(t_1) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{\omega}(it_1 - z) dt_1,$$

где интегралы в (9) берутся по линиям $L_1 = \{[-\ell, -a] + [a, \ell]\}$, $L_2 = \{[-r, -b] + [b, r]\}$,
 $\rho(z) = \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^2 \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi z}{\omega}} - \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^2$; $g(t)$, $g_1(t_1)$ – искомые функции, характеризующие продоль-
 ный сдвиг берегов трещин с концевыми зонами

$$g(x) = \frac{\mu_s}{2} \frac{d}{dx} [w^+(x, 0) - w^-(x, 0)] \quad \text{на } L_1, \quad (10)$$

$$g_1(y) = \frac{\mu_s}{2} \frac{d}{dy} [w^+(0, y) - w^-(0, y)] \quad \text{на } L_2. \quad (11)$$

К основным представлениям (6)–(9) добавляются дополнительные условия, вытекающие из физического смысла задачи

$$\int_{-\ell}^{-a} g(t) dt = 0, \quad \int_a^{\ell} g(t) dt = 0, \quad \int_{-r}^{-b} g_1(t_1) dt_1 = 0, \quad \int_b^r g_1(t_1) dt_1 = 0. \quad (12)$$

Неизвестные функции $g(x)$ и $g_1(y)$, и коэффициенты a_{2k} , b_{2k} , α_{2k} должны быть определены из краевых условий (1)–(3). Для составления уравнений относительно неизвестных коэффициентов преобразуем краевое условие (2) к виду

$$\left(1 + \frac{\mu_t}{\mu_s}\right) f_t(\tau) + \left(1 - \frac{\mu_t}{\mu_s}\right) \overline{f_t(\tau)} = 2[f_1(\tau) + f_2(\tau) + f_3(\tau)] \quad (13)$$

Относительно функций $f_2(\tau)$ и $f_3(\tau)$ будем считать, что они разлагаются на контуре $|\tau| = \lambda$ в ряды Фурье.

Для вывода разрешающих уравнений подставим в граничные условия (1) – (2) вместо функций $f_b(z)$, $f_t(z)$, $f_1(z)$ их разложения в ряды Лорана в окрестности нулевой точки, а вместо $f_2(z)$ и $f_3(z)$ – ряды Фурье на контуре $|\tau| = \lambda$ и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях $\exp(i\theta)$ в обеих частях краевых условий, получим после некоторых преобразований совокупность бесконечных систем линейных алгебраических уравнений [5]:

$$b_{2k} = \left(1 + \frac{\mu_b}{\mu_t}\right) a_{2k} \frac{\lambda_3^{2k+1}}{2(2k+1)\lambda^{2k+1}}, \quad b_{-2k-2} = \left(1 + \frac{\mu_b}{\mu_t}\right) \bar{a}_{2k} \frac{(\lambda-h)^{4k+2} \lambda_3^{-2k-1}}{2(2k+1)\lambda^{-2k-2}}, \quad (14)$$

$$\frac{\lambda_3 a_0}{4\lambda} (g_1 + f^2 h_1) = \tau_y^\infty + c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{2k+2} \lambda^{2k+2} r_{0,k}, \quad \frac{\lambda_3 \bar{a}_0}{4} [h_2 f^2 + g_2] = -\alpha_2,$$

$$\frac{\lambda_3^{2k+1} a_{2k}}{4\lambda^{2k+1}} (g_1 + f^{4k+2} h_1) = \alpha_2 \lambda^2 r_{0,1} + \sum_{p=1}^{\infty} \alpha_{2p+2} \lambda^{2p+2} r_{p,k} + \frac{c_{2k}}{\lambda^{2k}},$$

$$\frac{\lambda_3^{2k+1} \bar{a}_{2k} \lambda^{2k}}{4\lambda^{2k+1}} (g_2 + f^{4k+2} h_2) = -\alpha_{2k+2}.$$

Здесь

$$g_1 = \left(1 + \frac{\mu_b}{\mu_t}\right) \left(1 + \frac{\mu_t}{\mu_s}\right), \quad g_2 = \left(1 + \frac{\mu_b}{\mu_t}\right) \left(1 - \frac{\mu_t}{\mu_s}\right), \quad h_1 = \left(1 - \frac{\mu_t}{\mu_s}\right) \left(1 - \frac{\mu_b}{\mu_t}\right),$$

$$h_2 = \left(1 + \frac{\mu_t}{\mu_s}\right) \left(1 - \frac{\mu_b}{\mu_t}\right),$$

$$r_{p,k} = \frac{(2p+2k+1)! g_{p+k+1}^*}{(2p)!(2k+1)! 2^{2p+2k+1}}, \quad f = \frac{\lambda-h}{\lambda}, \quad g_{p+k+1}^* = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^{2(p+k+1)}}, \quad g = \frac{a_{44}}{a_{55}} = \frac{\mu_2}{\mu_1},$$

$$\lambda_3 = \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{2g}{1+g}\right)^2 + \left(\frac{2}{1+g}\right)^2}, \quad r_{0,0} = 0.$$

Требую теперь, чтобы функции (6)–(9) удовлетворяли граничному условию на берегах когезионных трещин, получим систему двух сингулярных интегральных уравнения относительно $g(x)$ и $g_1(y)$ [4]:

$$\frac{1}{\pi} \int_{L_1} g(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{\omega} (t-x) dt - \operatorname{Im}[F_*(x)] = f_x(x) \quad \text{на } L_1, \quad (15)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{L_2} g_1(t) \operatorname{cth} \frac{\pi}{\omega} K(t_1-y) dt_1 - \operatorname{Im}[F_{**}(y)] = f_y(y) \quad \text{на } L_2, \quad (16)$$

$$F_*(x) = F_1(x) + F_3(x), \quad F_{**}(y) = F_1(y) + F_2(y).$$

Бесконечные алгебраические системы (14) совместно с сингулярными интегральными уравнениями (15)–(16) и соотношениями (4)–(5) являются основными разрешающими уравнениями задачи, позволяющими определить $g(x)$, $g_1(y)$ и коэффициенты a_{2k} , b_{2k} , α_{2k} . Алгебраические системы (14) и интегральные уравнения (15)–(16) оказались связанными и должны решаться совместно. После определения комплексных потенциалов $f_s(z)$, $f_b(z)$ и $f_t(z)$ можно найти напряженно-деформированное состояние кусочно-однородной среды.

Воспользовавшись разложением функции $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{\omega}(z)$ и $\operatorname{cth} \frac{\pi}{\omega}(z)$ в основной полосе периодов, а также учитывая, что $g(x) = -g(-x)$, $g_1(y) = -g_1(-y)$ и применяя замену переменных, интегральные уравнения (15)–(16) приведем к стандартной форме. Использование квадратурных формул позволяет заменить основные разрешающие уравнения (15)–(16) двумя конечными алгебраическими уравнениями относительно приближенных значений p_k^0 , R_v^0 искомых функций в узловых точках

$$\sum_{k=1}^n a_{m,k} p_k^0 - \frac{1}{2} \operatorname{Im}[F_*(\eta_m)] = f_x(\eta_m), \quad (m = 1, 2, \dots, M-1), \quad (17)$$

$$\sum_{v=1}^n a_{m,v}^* R_v^0 - \frac{1}{2} \operatorname{Im}[F_{**}(\eta_m)] = f_y(\eta_m). \quad (18)$$

Здесь

$$a_{m,k} = \frac{1}{2M} \left[\frac{1}{\sin \theta_m} \operatorname{ctg} \frac{\theta_m + (-1)^{|m-k|} \theta_k}{2} + B(\eta_m, \tau_k) \right],$$

$$a_{m,v}^* = \frac{1}{2M} \left[\frac{1}{\sin \theta_m} \operatorname{ctg} \frac{\theta_m + (-1)^{|m-v|} \theta_v}{2} + B^*(\eta_m, \tau_v) \right].$$

К системам (17)–(18) необходимо добавить дополнительные условия (12), которые в дискретной форме принимают вид

$$\sum_{k=1}^M \frac{p_k^0}{\sqrt{1/2(1-\lambda_1^2)(\tau_k+1)+\lambda_1^2}} = 0, \quad \sum_{v=1}^M \frac{R_v^0}{\sqrt{1/2(1-\lambda_2^2)(\tau_v+1)+\lambda_2^2}} = 0. \quad (19)$$

Системы (17), (18), (19) являются связанными с бесконечными алгебраическими системами (14), в которых вместо коэффициентов C_{2k} подставлено квадратурное соотношение.

В правую часть полученных систем (17)–(18) входят неизвестные значения напряжений $q_y(\eta_m)$, $q_x(\eta_m)$ в узловых точках, принадлежащих конечным зонам соответствующих трещин. Неизвестные напряжения в связях $q_y(\eta_m)$ и $q_x(\eta_m)$, возникающие на берегах конечных зон L_1 и L_2 соответственно, определяются из дополнительных условий (4)–(5). Используя построенное решение, уравнения (4)–(5) представим в виде

$$\frac{d}{dx} [C(x, q_y(x))q_y(x)] = \frac{2}{\mu_s} g(x), \quad (20)$$

$$\frac{d}{dy} [C(y, q_x(y))q_x(y)] = \frac{2}{\mu_s} g_1(y). \quad (21)$$

Требую выполнения условий (20) и (21) в узловых точках, принадлежащих концевым зонам L_1 и L_2 соответственно, получим еще две системы из M_1 и M_2 уравнений каждая для определения значений, $q_y(\eta_{m_1})$ и $q_x(\eta_{m_2})$ ($m_1 = 1, 2, \dots, M_1$, $m_2 = 1, 2, \dots, M_2$). При этом используется метод конечных разностей.

$$C(x_{m+1}, q_y(x_{m+1}))q_{y,m+1} - C(x_{m-1}, q_y(x_{m-1}))q_{y,m-1} = \frac{4(\ell - a)}{\mu_s M} g(x_m), \quad (m = 1, 2, \dots, M_1),$$

$$C(y_{m+1}, q_x(y_{m+1}))q_{x,m+1} - C(y_{m-1}, q_x(y_{m-1}))q_{x,m-1} = \frac{4(r - b)}{\mu_s M} g_1(y_m), \quad (m = 1, 2, \dots, M_2).$$

где

$$q_{y,m} = q_y(\tau_m), \quad x_{m+1} = \frac{\ell + a}{2} + \frac{\ell - a}{2} \eta_{m+1}, \quad \tau = \cos \theta, \quad \eta_m = \cos \theta_m, \quad \theta_m = \frac{2m-1}{2M} \pi,$$

$$(m = 1, 2, \dots, M), \quad q_{x,m} = q_x(\tau_m), \quad y_{m+1} = \frac{r+b}{2} + \frac{r-b}{2} \eta_{m+1}.$$

После определения значений p_k^0 и R_v^0 коэффициенты интенсивности напряжений K_{III} находятся на основании соотношений.

В поставленной задаче для коэффициентов интенсивности напряжений K_{III}^a , K_{III}^b , K_{III}^ℓ , K_{III}^r у вершин трещина на концах $x = \pm \ell$; $x = \pm a$ и $y = \pm b$, $y = \pm r$ будем иметь следующие формулы

$$K_{III}^\ell = -\lim_{x \rightarrow \ell} [\sqrt{2\pi|x - \ell|} g(x)], \quad K_{III}^a = \lim_{x \rightarrow a} [\sqrt{2\pi|x - a|} g(x)], \quad (22)$$

$$K_{III}^r = -\lim_{y \rightarrow r} [\sqrt{2\pi|y - r|} g_1(y)], \quad K_{III}^b = \lim_{y \rightarrow b} [\sqrt{2\pi|y - b|} g_1(y)].$$

Используя полученное решение, на основании соотношений (22) имеем

$$K_{III}^a = \sqrt{\frac{\pi \ell (1 - \lambda_1^2)}{\lambda_1}} \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n (-1)^{k+n} p_k^0 \operatorname{tg} \frac{\theta_k}{2}, \quad K_{III}^b = \sqrt{\frac{\pi r (1 - \lambda_2^2)}{\lambda_2}} \frac{1}{2n} \sum_{v=1}^n (-1)^{v+n} R_v^0 \operatorname{tg} \frac{\theta_v}{2}, \quad (23)$$

$$K_{III}^\ell = \sqrt{\pi \ell (1 - \lambda_1^2)} \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n (-1)^k p_k^0 \operatorname{ctg} \frac{\theta_k}{2}, \quad K_{III}^r = \sqrt{\pi r (1 - \lambda_2^2)} \frac{1}{2n} \sum_{v=1}^n (-1)^v R_v^0 \operatorname{ctg} \frac{\theta_v}{2}.$$

Численные результаты и их анализ

Для анализа предельного равновесия трещин с концевыми зонами необходимы два условия (двухпараметрический критерий) разрушения. Первый критерий это условие продвижение вершины трещины, а второй это условие разрыва связей на краю концевой зоны.

В качестве первого условия разрушения используем силовой критерий разрушения Ирвина. Состоянию предельного равновесия вершины трещины соответствует выполнение условия

$$K_{III} = K_{IIIc} \quad (24)$$

где K_{IIIc} – постоянная материала, определяемая опытным путем [143, 145].

В качестве второго условия разрушения используем критерий критического сдвига берегов трещины и считаем, что предельный сдвиг связей на краю концевой зоны ($x_* = \ell - \ell_*$ и $x_* = a_* - a$ или $y_* = r - r_*$ и $y_* = b_* - b$) происходит при выполнении условий

$$V(x_*) = w_s^+(x_*, 0) - w_s^-(x_*, 0) = \delta_{IIIc}, \quad V(y_*) = w_s^+(0, y_*) - w_s^-(0, y_*) = \delta_{IIIc}, \quad (25)$$

где δ_{cr} – трещин стойкость материала связующего, определяется опытным путем [4, 6].

Для заданных размеров трещин и концевых зон, используя предельные значения K_{IIc} и δ_{cr} можно выделить режимы равновесия и роста трещин при монотонном нагружении. Если выполняются условия

$$K_{III} \geq K_{IIIc}, \quad V(x_*) \text{ и } V(y_*) < \delta_{IIIc},$$

то происходит продвижение вершины трещины с одновременным увеличением длины концевой зоны без разрыва связей. Этот этап развития трещин можно рассматривать, как процесс приспособляемости к заданному уровню внешних нагрузок.

На основании полученных результатов на рис. 1 в случае жесткого включения при $\nu_s = 0,3$ построены графики зависимости критической нагрузки $\tau_* = \tau_{xy}^\infty \sqrt{\omega} / K_{IIc}$ от расстояния $a_* = a - \lambda$ для обоих концов трещины, вдоль оси абсцисс (кривая 1 соответствует левому концу) при $\lambda = 0,3$. Штриховой линией для сравнения показана зависимость τ_* при отсутствии включений и покрытий (материал включения, покрытия и связующего одинаков) при той же геометрии трещин, вычисленная по описанной методике.

На рис. 2 – 3 представлены графики зависимости предельной нагрузки τ_* от длины трещины. При расчетах было принято $\mu_b / \mu_s = 25$; $\mu_b / \mu_t = 50$.

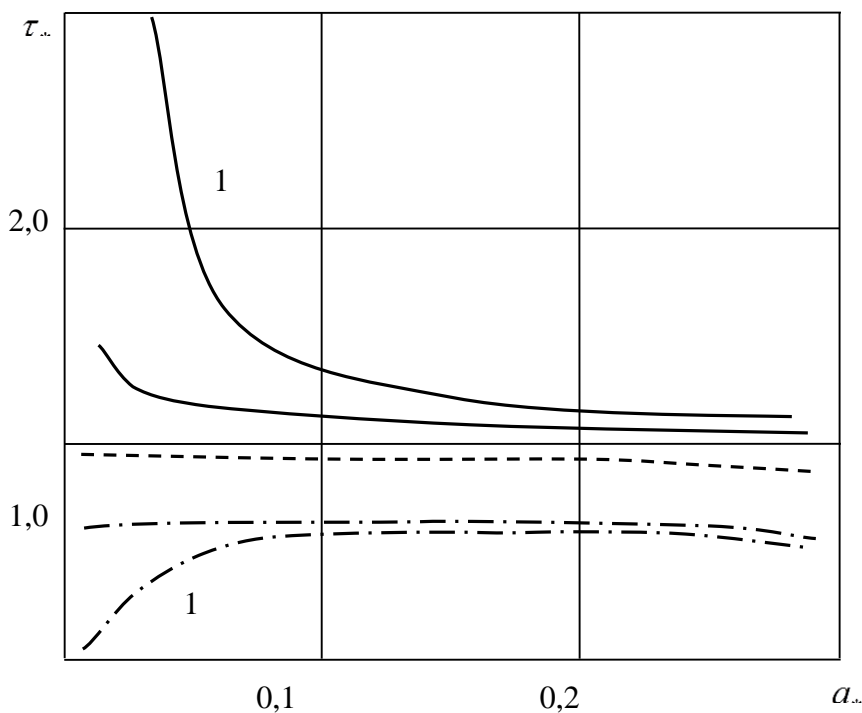


Рис. 2. Зависимости критической нагрузки $\tau_* = \tau_{xy}^\infty \sqrt{\omega} / K_{IIc}$ от расстояния $a_* = a - \lambda$ для обоих концов трещины

Как видно, при некоторых значениях радиуса отверстия λ возможно устойчивое развитие системы трещин (их взаимное упрочнение). Проведенный параметрический анализ задачи показал, что концентрация напряжений около включений в связующем оказывает существенное влияние на развитие очень малых трещин. С ростом длины трещин с концевыми зонами это влияние затухает и уже при $\ell - \lambda > \lambda$ и $r - \lambda > \lambda$ им можно пренебречь, однако при этом начинается сказываться взаимодействие трещин. В зависимости от геометрических и физических параметров задачи наблюдается устойчивое развитие трещин с концевыми зонами.

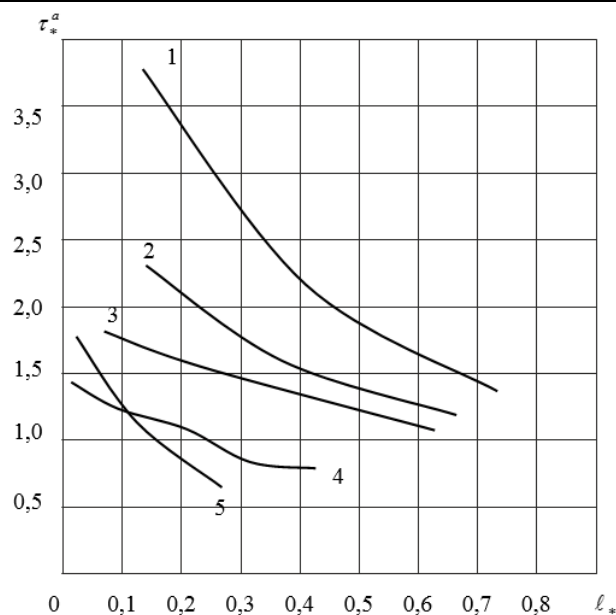


Рис. 3. Зависимости предельной нагрузки τ_*^a от длины трещины

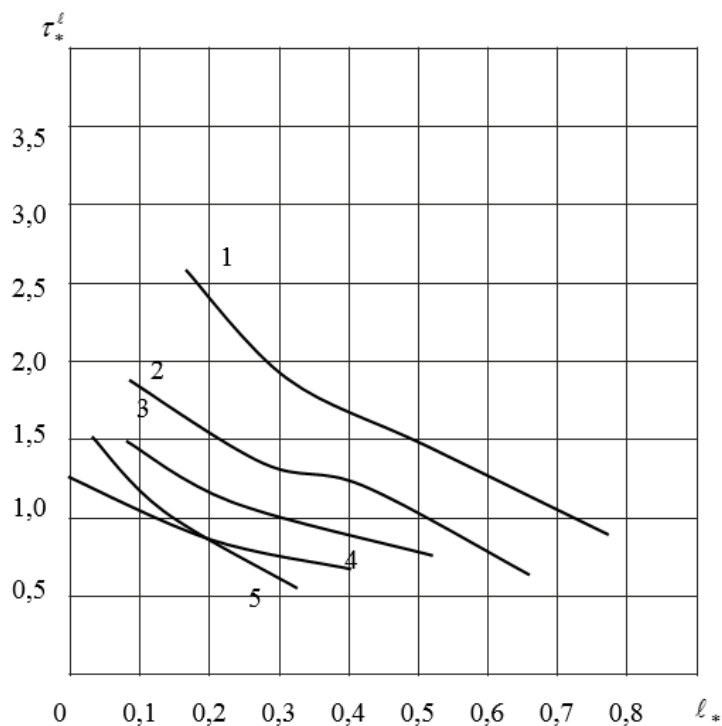


Рис. 4. Зависимости предельной нагрузки τ_*^ℓ от длины трещины

Наличие гибкого включения повышает коэффициент интенсивности напряжений, тогда как жесткие включения по сравнению с материалом связующего уменьшают его. Влияние включения особенно эффективно сказывается на близко расположенную вершину трещины.

Вывод. Модель трещины с концевыми зонами позволяет исследовать закономерности распределения усилий в связях при различных законах деформирования, проводить анализ предельного равновесия трещин с учетом деформационного и силового критерий разрушения, а также прогнозировать критическую внешнюю нагрузку и трещин стой-

кость составного тела (композита). Можно так подобрать систему концентраторов (включений), что созданное ими поле напряжений будет тормозить развитие трещин в связующем.

Список литературы:

1. Ван Фо. ФыГ.А. Теория армированных материалов с покрытиями. – Киев, Наук.думка, 1971, 230с.
2. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М., Наука, 1977, 416с.
3. Григолюк Э.И., Фильштинский Л.А. Перфорированные пластины и оболочки. – М., Наука, 1970, 556с.

4. Гасанов Ф.Ф. Моделирование зарождения трещин сдвига в теле, ослабленном периодической системой круглых отверстий / Ф. Ф. Гасанов // Пробл. машиностроения. – 2013. – Т. 16, № 3, – С. 29–37.

5. Mamedov A.T., Mekhtiev R.K. Modeling of a fibrous composite reinforced with unidirectional orthotropic fibers weakened by rectilinear cracks under longitudinal shear / Mamedov A.T., Mekhtiev R.K. // Mechanics of composite materials and structures. October-December 2017, VOLUME 23, No. 4, p. 579–591

6. Mekhtiev R.K. Dzhafarova S.A. Abdulazimova E.A. Interaction of a doubly periodic system of orthotropic inclusions and rectilinear cracks under transverse shear Miedzynarodowe czasopismo naukowe, Colloquium-journal, No. 2 (13), 2018 Czesc 1 Warszawa, Polska

7. Zolgharnein, E. Nucleation of a crack under the influence of cylindrical bodies E. Zolgharnein, V. M.

Mirsalimov // Acta Polytechnica Hungarica. - 2012. - Vol. 9, No. 2. - P. 169-183.

8. Mehtiyev R.K. The longitudinal shift of bodies with a complex structure weakened by straight-line cracks // Construction mechanics and the calculation of structures issn 0039–2383 № 5 2017. Pp. 69–72.

Сведение об авторе

Фамилия, имя, отчество: Мехтиев Рафаиль Керим оглы. Место работы, должность: Азербайджанский Технический Университет, доц. «Технология материалов» Ученое звание и степень: кандидат физ.-мат наук

Научное направление: Композиционные материалы Место жительства: AZ 1133, Баку, Сураханийский район, жил. массив «Д», дом 6, кв. 45

Контактные телефоны: раб. (+994) 538 34 69; дом. 012 477 30 11; сот. 050 348-63-97, e-mail: rafail60mehtiyev@mail.ru Дата рождения: 10 февраля 1960 г.

О КОНВЕКТИВНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ГАЗО-ПАРОВОЙ СМЕСИ ПРИ ОКОЛОКРИТИЧЕСКОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

Палымский Игорь Борисович

Докт. физ.-мат. наук, профессор кафедры физики, г. Новосибирск

Фомин Павел Аркадьевич

Канд. физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник

Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН

г. Новосибирск

Li You-Rong

Профессор колледжа энергетики при Чунцинском университете

г. Чунцин

Wu Chun-Mei

Доцент колледжа энергетики при Чунцинском университете

г. Чунцин

АННОТАЦИЯ.

Предложена новая физико-математическая модель конвекции Рэлея-Бенара в газо-паровой смеси кислорода и циклогексана, где зависимость плотности от температуры имеет максимум. Выполнен линейный анализ устойчивости, аналитически исследованы два предельных случая, когда параметр инверсии стремится к своим предельным значениям. Получены формулы для инкремента нарастания и затухания, нейтральной кривой и границы области неустойчивости на волновой плоскости.

ABSTRACT.

A new physico-mathematical model of Rayleigh-Benard convection in a gas-vapor oxygen-cyclohexane mixture has been proposed, where the density dependence on temperature has a maximum. A linear stability analysis was performed, two limiting cases were analyzed analytically, when the inversion parameter tends to its limiting values. Formulas for the growth and decay increment, the neutral curve and the boundary of the instability region on the wave plane are obtained.

Ключевые слова: конвекция Рэлея-Бенара, число Рэлея, число Прандтля, линейная теория, инкремент.

Keywords: Rayleigh-Benard convection, Rayleigh number, Prandtl number, linear theory, increment.

Введение

Конвекция в среде с монотонной зависимостью плотности от температуры хорошо изучена и описана [1,2]. Но в природе и огромном числе практически важных приложений, например, при транспортировке углеводородов по трубопроводам, конвекции холодной воды при таянии ледников [3-7], инертных и реагирующих газо-паровых смесей в химических реакторах и технологических установ-

ках, плотность конвектирующей среды есть монотонная и нелинейная функция температуры с максимумом при определенном ее (критическом) значении. Наибольшую сложность, теоретический и практический интерес представляет собой исследование характеристик конвекции в окрестности точки максимума плотности [6,7].

В работе [8] рассматривалась конвекция химически инертной газо-паровой смеси кислорода и