

ЕВРАЗИЙСКИЙ СОЮЗ УЧЕНЫХ (ЕСУ)

Ежемесячный научный журнал

№ 2 (59) / 2019

1 часть

Редакционная коллегия:

д.п.н., профессор Аркулин Т.В. (Москва, РФ)

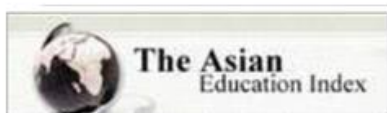
Члены редакционной коллегии:

- Артафонов Вячеслав Борисович, кандидат юридических наук, доцент кафедры экологического и природоресурсного права (Москва, РФ);
- Игнатъева Ирина Евгеньевна, кандидат экономических, преподаватель кафедры менеджмента (Москва, РФ);
- Кажемаев Александр Викторович, кандидат психологических, доцент кафедры финансового права (Саратов, РФ);
- Кортун Аркадий Владимирович, доктор педагогических, профессор кафедры теории государства и права (Нижний Новгород, РФ);
- Ровенская Елена Рафаиловна, доктор юридических наук, профессор, заведующий кафедрой судебных экспертиз, директор Института судебных экспертиз (Москва, Россия);
- Селиктарова Ксения Николаевна (Москва, Россия);
- Сорновская Наталья Александровна, доктор социологических наук, профессор кафедры социологии и политологии;
- Свистун Алексей Александрович, кандидат филологических наук, доцент, советник при ректорате (Москва, Россия);
- Тюменев Дмитрий Александрович, кандидат юридических наук (Киев, Украина)
- Варкумова Елена Евгеньевна, кандидат филологических, доцент кафедры филологии (Астана, Казахстан);
- Каверин Владимир Владимирович, научный сотрудник архитектурного факультета, доцент (Минск, Белоруссия)
- Чукмаев Александр Иванович, доктор юридических наук, профессор кафедры уголовного права (Астана, Казахстан) (Астана, Казахстан)

Ответственный редактор

д.п.н., профессор Каркушин Дмитрий Петрович (Москва, Россия)

Международные индексы:



Ответственный редактор:

Главный редактор:

Завальский Яков Андреевич (Россия), доктор психологических наук, профессор

Международный редакционный совет:

Научный редактор: Игнатьев Сергей Петрович (Россия), доктор педагогических наук, профессор
Ответственный секретарь редакции: Давыдова Наталия Николаевна, кандидат психологических наук, доцент.

Арсеньев Дмитрий Петрович (Россия),

доктор психологических наук, профессор, заведующий лабораторией

Бычковский Роман Анатолиевич (Россия),

доктор психологических наук, профессор, МГППУ

Ильченко Федор Валериевич (Россия),

доктор психологических наук, профессор, заведующая лабораторией психологии

Кобзон Александр Владимирович (Россия),

доктор педагогических наук, профессор

Панов Игорь Евгеньевич (Россия),

доктор технических наук, профессор

Петренко Вадим Николаевич (Казахстан),

доктор психологических наук, профессор

Прохоров Александр Октябрьнович (Казахстан),

доктор педагогических наук, профессор

Савченко Татьяна Николаевна (Беларуссия),

кандидат психологических наук, доцент

Стеценко Марина Ивановна (США),

Ph.D., профессор

Строганова Татьяна Александровна (Украина),

доктор педагогических наук, профессор

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. За достоверность сведений, изложенных в статьях, ответственность несут авторы. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов. При перепечатке ссылка на журнал обязательна. Материалы публикуются в авторской редакции.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Художник: Валегин Арсений Петрович
Верстка: Курпатова Ирина Александровна

Адрес редакции:

г. Москва, Лужнецкая набережная 2/4, офис №17, 119270 Россия

E-mail: info@euroasia-science.ru ; www.euroasia-science.ru

Учредитель и издатель Евразийский Союз Ученых (ЕСУ)

Тираж 1000 экз.

Отпечатано в типографии г. Москва, Лужнецкая набережная 2/4, офис №17, 119270 Россия

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Abdulkarimov B.A., Abbosov Yo.S., Umrzakova M.A. APPROXIMATE MODEL OF HEAT EXCHANGE AND SOLAR ENERGY EFFICIENCY IN A FLAT SOLAR AIR HEATER UNDER CONDITIONS OF NATURAL CONVECTION.....	4
Гайбуев Т.Ш., Латипов Ш.Ш. УЧЕТ ОГРАНИЧЕНИЙ В ВИДЕ НЕРАВЕНСТВ ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ ПЛАНИРОВАНИИ РЕЖИМОВ ЭНЕРГОСИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ	7
Galeev A.P., Geller M.I., Nazarova G.S. ABOUT THE USAGE OF THE TERM "RELIABILITY" IN TECHNIQUE	10
Аунг З., Михайлов И.С., ПРИМЕНЕНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ НЕФТЯНЫМИ СКВАЖИНАМИ.....	12
Горячкин Б.С., Красильников С.Н. ЭРГОНОМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЭФФЕКТИВНОГО ВОСПРИЯТИЯ ЗРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ СЛАБОВИДЯЩИМИ.....	16
Малахов А.Ю., Александров В.А. ВЛИЯНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ МЕТАЛЛИЗАЦИИ НА ПРОЦЕСС НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО АЗОТИРОВАНИЯ	23
Оморев Р.О. ПРИЛОЖЕНИЯ МЕТОДА ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ГРУБОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ К НЕКОТОРЫМ НЕЛИНЕЙНЫМ СИСТЕМАМ.....	28
Пинегин И.Р., Храмов И.М., Пестов К.Н. СРАВНЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА ДЕТАЛИ «ГАЙКА»	33
Горячкин Б.С., Сабиров А.А. АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ШРИФТОВ ПРИ РОСТЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ СИМВОЛОВ СРЕДСТВАМИ ОТОБРАЖЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ.....	35

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

Алексеев А.Г., Кирюхин О.В., Батухтина О.И. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕРМОЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ ДЕТЕКТОРОВ ОТ ВЕЛИЧИНЫ ЛПЭ ИЗЛУЧЕНИЯ	43
Садыгов И.М. ДИСКРЕТНО-ВЫПУКЛАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЕ СВОЙСТВА	47
Фоменко В. Н., Шварц М. А. НАХОЖДЕНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА ДЛЯ СОСТАВНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ.....	54

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

APPROXIMATE MODEL OF HEAT EXCHANGE AND SOLAR ENERGY EFFICIENCY IN A FLAT SOLAR AIR HEATER UNDER CONDITIONS OF NATURAL CONVECTION.



Abdulkarimov B.A.¹,

Abbosov Yo.S.²,

Umurzakova M.A.³

Fergana Polytechnic Institute Republic of Uzbekistan

Abbosov Yorqin Sodiqovich²

Associate Professor of Technical Sciences.,

Umurzakova Muyassar Abobakirovna³

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor.,

Doctorate Abdulkarimov Bekzod Abobakirovich¹

ABSTRACT:

The article proposes a model of heat exchange between the absorber and the heating air layer in the flat structure of the solar air heater. The model used the calculated ratios for the boundary layer developing under conditions of free convection and the heat balance equations compiled for the air layer.

Key words: Solar heaters, air, collector, energy, heating, heat transfer, absorber, temperature, laminar.

Solar air heaters are devices that convert the energy of solar radiation into heat energy of heated air. Such devices are operated, as a rule, under conditions of natural convection and are used for heating private houses and are used in drying installations of farms. Given that these collectors are easy to manufacture, are not susceptible to corrosion, and also do not require the cost of pumping air, such devices have prospects for widespread use by the public. [1] Solar energy is one of the most useful renewable energy resources without any adverse effects on the environment. Solar energy is widely used for generating electricity, heating and various industrial applications. Solar air heaters are simple in design and generally used as solar thermal collectors. Solar air heaters are inexpensive and the most widely used collection devices because of their inherent simplicity. These air heaters absorb the irradiance and exchange it into thermal energy at the absorbing surface and then transfer this energy to a fluid flowing through the collector. An absorber plate is usually a thin metal sheet coated with an absorbing substance such as black or selective coating to absorb solar radiations. The glazing provides a rigid, protective structure for the entire collector assembly. Insulation beneath the absorber and fluid flow passages inhibits downward heat loss. Solar air heaters are found in several solar energy applications, especially for space heating, timber seasoning and agriculture drying.[2]

The air, which is stationary, in the form of a layer in the channel of the air manifold heats up over time, its

temperature increases and gradually the air layer starts to move. As a result, a heated air flow is formed at the outlet of the collector, later used as a heat carrier.

One of the important tasks arising from the use of flat solar air heaters are the tasks of determining the air temperature at the exit of their collector and its efficiency.

The purpose of the article is to develop a model of heat exchange between the wall of the absorber and the air in the collector channel and to develop a formula for the efficiency of the solar heater.

The concept of efficiency, according to the authors, should be understood as its thermal efficiency, i.e. the degree of heating of the air leaving the heater. To solve this problem, a model of heat exchange between a flat wall and the absorption of solar energy and air was used.

When developing the model, the following assumptions are made:

- the developing boundary layer is the main thermal resistance between the absorber and the main air layer.

- the air in the channel consists of two layers; the first layer is formed under the action of lifting forces and is a free convective laminar boundary layer, the second layer is a fixed air layer, heated by heat transfer by thermal conductivity from the boundary layer.

Figure 1 shows the scheme of heat transfer in a flat solar air heater.

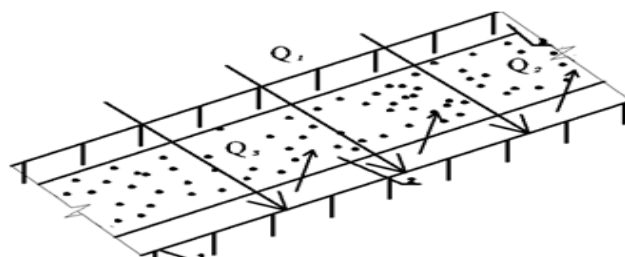


Fig.1 Scheme of heat transfer in a flat solar air heater

Q_1, Q_2, Q_3 -, respectively, the thermal energy of solar radiation incident on the surface of the heater Watt, thermal energy transferred to the boundary layer from the absorber wall Watt and thermal energy transmitted from the boundary layer to the fixed air layer Watt. 1 - absorber, 2 - air layer

The efficiency of the heater E is determined by the formula

$$E = \frac{\Sigma Q}{Q_1} \quad (1)$$

$$\Sigma Q = Q_2 + Q_3 \quad (2)$$

The heat flux absorbed by the boundary layer Q_2 can be calculated using the formula recommended in [3].

$$Nu_x = 0.36(Gr_x Pr)^{1/4} \quad (3)$$

$$\alpha_x = 0.36 \left(\frac{\lambda}{d_3} \right) (Gr_x Pr)^{1/4} \quad (4)$$

$$\bar{\alpha} = \left(\frac{4}{3} \right) \alpha_x \quad (5)$$

$$Q_2 = \bar{\alpha} F \Delta t_1 \quad (6)$$

where $\Delta t_1 = t_{cr} - t_0$, $F = aL$, here a and L are the width and length of the absorber m. $\bar{\alpha}$ is the average heat transfer coefficient from the wall of the absorber to the air boundary layer $W/m^2 C^{\circ}$.

$$Q_3 = (M_{cl}/\tau) C_p \Delta t_2 \quad (7)$$

where $\Delta t_2 = t - t_0$ t is the temperature of the air layer, which increases with time τ .

To calculate the heat transferred from the boundary layer to the air layer Q_3 , it is necessary to calculate the temperature t characterizing the degree of heating of air in a flat channel. The specified temperature can be determined from the heat balance equation recorded between the amount of heat transferred from the boundary layer to the air layer. We assume that the laminar boundary layer is a narrow layer of the same thickness and there is an ideal contact between the air layer and the boundary layer. Then the heat balance equation at the boundary layer boundary - the main air layer has the form

$$qF = Q_3 \quad (8)$$

Here q is the heat flux density from the boundary layer to the main air layer W/m^2 .

$$q = \frac{\lambda dt}{dx} = \lambda(t_{nc} - t_0) / \left(\frac{h}{2} - \delta \right) \quad (9)$$

Here t_{nc} is the average air temperature across the boundary layer.

h is the height of the channel heater m.[4]

From the balance equation (8) we obtain the expression for the temperature of the air layer

$$t = t_0 + \lambda(t_{nc} - t_0) \tau / \left(\frac{h}{2} - \delta \right)^2 \rho C_p \quad (10)$$

The average air temperature across the boundary layer can be calculated according to as

$$t_{nc} = t_0 + (t_{cr} - t_0) / 3 \quad (11)$$

To calculate the efficiency of a flat solar air heater, we will take the following sequence of calculations:

- With the known power of the incident solar radiation Q_1 , the temperature of the absorber t_{cr} , the initial temperature of the air t_0 the formula (10) is calculated over the cross-section of the air temperature in the boundary layer;

- Calculate the heat flux from the absorber wall to the boundary layer Q_2 using the formula (6) For a given time of air heating, the heat flux transferred from the boundary layer to the fixed air layer Q_3 is calculated using the formula (7); Calculate the total heat flux ΣQ by the formula (2); Based on the known power of solar radiation Q_1 , the thermal efficiency E is calculated using formula (1).[5]

For the conditions of the city of Fergana (Republic of Uzbekistan) in August 2018, full-scale tests of a flat solar air heater having the following geometrical dimensions $a = 0,5$ m, $L = 1$ m were carried out. The height of the solar collector channel was 0.05 m.

Experiments were conducted on August 27, 2018 from 9⁰⁰ to 18⁰⁰ hours. Were measured: the air temperature at the inlet to the collector $t_0 = 26$ C⁰ and the air temperature at the exit of the collector $t = 36$ C⁰. The average power of solar radiation during the day Q_1 was 410 W / m².

Figure 2 - 3 shows the results of calculating the average heat transfer coefficient from the absorber to the air boundary layer, the average cross-sectional temperature of the air in the boundary layer, the air layer temperature and the efficiency indicator of a flat stove operating in free convection.

Findings:

1. A model is proposed for heat exchange between the air layer and the absorber in a flat solar air heater operating in free convection;

2. The efficiency of a flat stove with free convection is calculated;

3. It was concluded that to increase the thermal efficiency of the heater, it is necessary to organize the intensification of the convective heat exchange process at low Reynolds numbers.

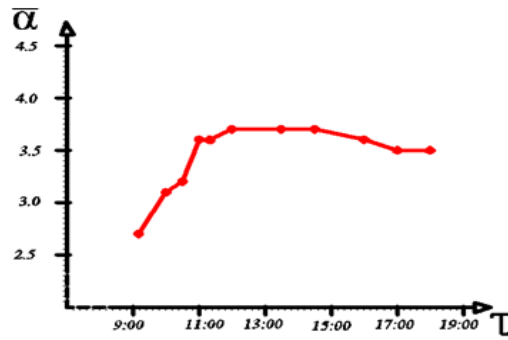


Fig.2 Heat transfer coefficient from the absorber wall to the boundary layer

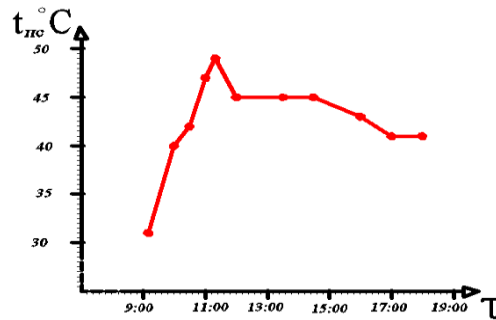


Fig.3 Average cross-section of air temperature in the boundary layer formula (10)

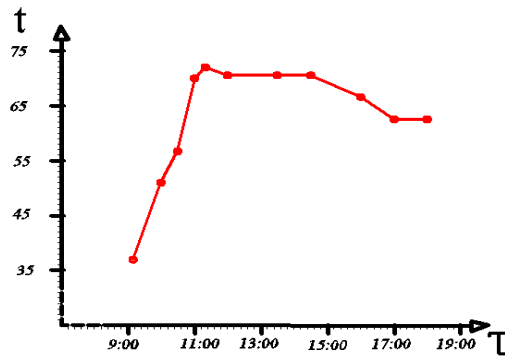


Fig.4 Air layer temperature

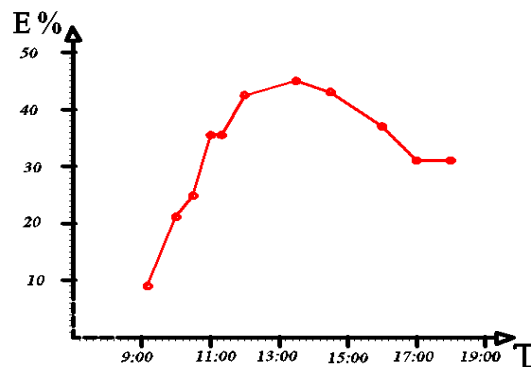


Fig.4 Thermal efficiency of the air heater E , formula (1).

References

1. Duffie, J.A.; Beckman, W.A. Solar Engineering Thermal Processes; John Wiley: New York, NY, USA, 1991.
2. Kumar, A.; Kim, M.-H. Thermohydraulic performance of rectangular ducts with different multiple V-ribroughness shapes: A comprehensive review

and omparative study. Renew. Sustain. Energy Rev. 2016, 54,635 p.

3. Isachenko V.P. and others. Heat transfer –M . Energy. 1975.- 488 p.

4. Eckert E.R., Drake R.M. Theory of heat and mass transfer. M . 1961. - 680 p

5. Anderson V., Solar Energy (fundamentals of building design) - M . 1982. - 376 p.

УЧЕТ ОГРАНИЧЕНИЙ В ВИДЕ НЕРАВЕНСТВ ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ ПЛАНИРОВАНИИ РЕЖИМОВ ЭНЕРГОСИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ

*Гайибов Тулкин Шерназарович**Доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой «Электрические станции, сети и системы»
Ташкентского государственного технического Университета,
г. Ташкент**Латинов Шерхон Шухратович**Ассистент кафедры «Электрические станции, сети и системы»
Ташкентского государственного технического университета,
г. Ташкент*[DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.59.7-10](https://doi.org/10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.59.7-10)**АННОТАЦИЯ**

В статье рассматриваются вопросы учета ограничений в виде неравенств при оптимальном планировании краткосрочных режимов энергосистем. Предложен эффективный алгоритм решения задачи. На основе расчетных экспериментов для конкретных задач оптимального планирования режимов энергосистем выявлена эффективность предложенного алгоритма.

ABSTRACT

In the article the issues of taking into account of constraints in the form of inequality in optimal planning of short-term modes of power systems are considered. An efficient algorithm for solving of the problem is offered. On the basis of computational experiments for specific problems of optimal planning of modes of power systems the efficiency of the proposed algorithm is revealed.

Ключевые слова: оптимизация, ограничение, целевая функция, информация, неопределенная информация, оптимальное планирование.

Keywords: optimization, constraint, target function, information, indefinite information, optimal planning.

Задача оптимального планирования краткосрочных режимов больших энергосистем относится к сложным задачам, использующим различные формы исходной информации. При этом различают детерминированные, вероятностные и неопределенные исходные информации. Детерминированная информация дает достаточно полное представление для решения рассматриваемой задачи о состоянии события. В вероятностной информации задается сведения о возможных случайных состояниях события с соответствующими вероятностями их появления.

Неопределенность означает, что эта информация ставит в соответствие данному состоянию события не точку, а некоторую область определения в пространстве состояний. Внутри этой области состояние не определено ни как детерминированное, ни как вероятностное. К тому же, границы этой области оказываются «размытыми или расплывчатыми», что не удается их четко зафиксировать. В результате о состоянии события можно судить лишь с некоторой погрешностью, определяемой этими границами области состояния. Неопределенность не означает принципиальную невозможность представления события, которое она отражает. Она является следствием двух обстоятельств: неполноты полученных сведений и ошибок при формировании, передаче, приеме и обработке информации.

В настоящее время методы и алгоритмы оптимального планирования краткосрочных режимов энергосистем с детерминированной исходной информацией является достаточно совершенными [1, с. 329-375; 3, с. 23-62; 5, с. 86-168; 6, с. 11-69]. Вме-

сте с тем, такое заключение нельзя делать для подобных задачи с различными ограничениями в виде неравенств в условиях вероятности и, особенно, неопределенности исходной информации. В связи с этим исследовательские работы, направленные на усовершенствование существующих и разработку новых методов и алгоритмов оптимизации с учетом режимных и технологических ограничений в виде неравенств в условиях вероятности и неопределенности исходной информации являются актуальными.

В данной работе предлагается алгоритм оптимизации режимов энергосистем с учетом ограничений в виде неравенств в условиях частичной неопределенности исходной информации. При описании сущности алгоритма, для удобства, рассмотрим энергетическую систему, в которой в оптимизации участвуют только тепловые электростанции (ТЭС).

В известном диапазоне исходного параметра принимается его n значения P_1, P_2, \dots, P_n с примерно одинаковыми интервалами. Затем, принимая поочередно каждого из принятых значений исходного параметра как детерминированный, решается детерминированная задача оптимизации с учетом всех ограничений, в том числе, ограничений в виде неравенств как в [2, с. 40-41; 4, с. 60]. В результате получаются условно-оптимальные решения (планы) задачи U_1, U_2, \dots, U_n . При всех полученных условно-оптимальных планах U_i и возможных значениях исходного параметра P_j вычисляются значения целевой функции $F_{ij}=F(U_i, P_j)$, по которым формируется «платёжная матрица».

В оптимизационном расчете по такому алгоритму простые ограничения, наложенные на независимые переменные (регулируемые параметры) задачи

$$U_i^{\min} \leq U_i \leq U_i^{\max}, i=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

учитываются автоматически при решении детерминированных задач оптимизации. А функциональное ограничение в виде равенства по балансу активной мощности в энергосистеме

$$\sum_{i=0}^N P_i = P_H \quad (2)$$

учитывается введением балансирующей станции, определяя её мощность как

$$P_0 = P_H - \sum_{i=1}^N P_i, \quad (3)$$

где N - число ТЭС, участвующих в оптимизации (кроме балансирующей ТЭС); P_H - суммарная нагрузка энергосистемы; P_i - мощность i - й ТЭС.

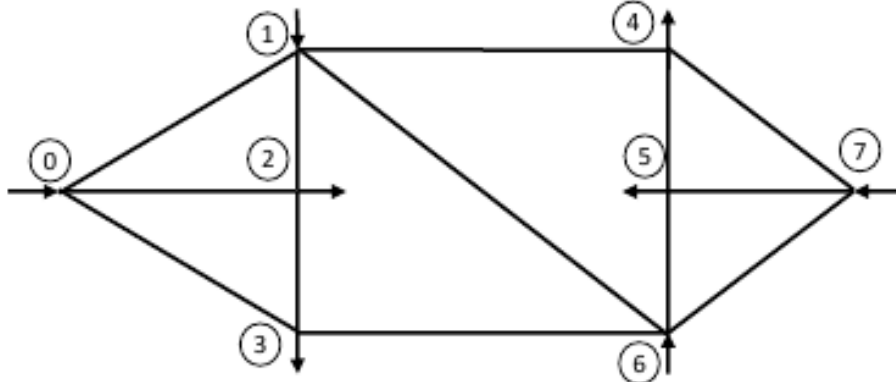


Рисунок. Схема энергосистемы

В узлах 0, 1, 6 и 7 имеются расчетные (участвующие в оптимизации) ТЭС со следующими расчетными характеристиками условного топлива, т.у.т./ч.:

$$B_0 = 100 + 0,2P_0 + 0,002P_0^2,$$

$$B_1 = 120 + 0,2P_1 + 0,0025P_1^2,$$

Учет ограничений в виде неравенств, например, по предельным допустимым значениям перетоков мощностей по контролируемым линиям электропередачи (ЛЭП)

$$P_l \leq P_l^{\max}, l=1, 2, \dots, L \quad (4)$$

предусматривает использования L платежных матриц, элементы которых определяются как

$$P_{lij} = P_l(U_i, P_j) \quad (5)$$

После формирования платёжной матрицы, состоящей из значений целевой функции и L платёжных матриц со значениями перетоков мощностей по контролируемым ЛЭП из общего числа условно-оптимальных планов выделяется только допустимые условно-оптимальные планы, при которых выполняются все ограничений. Для этого из общего числа выбрасываются те условно-оптимальные планы U_i , для которых хотя бы при одном P_j ($j=1, 2, \dots, n$) ограничение (4) не выполняется.

Оптимальный план выбирается из числа оставшихся условно-оптимальных планов по критерию минимакса.

Эффективность описанного алгоритма исследована на примере оптимального планирования краткосрочного режима энергосистемы, схема которой представлена на рисунке.

$$B_6 = 60 + 0,15P_6 + 0,0015P_6^2,$$

$$B_7 = 80 + 0,25P_7 + 0,001P_7^2.$$

Узлы 2, 3, 4 и 5 являются нагрузочными с частично неопределенными нагрузками, предельные значения которых приведены в таблице 1.

Таблица 1 Предельные нагрузки.

Предельные нагрузки	P^{\min}	P^{\max}
P_H , МВт	1485	1815
P_2 , МВт	349	427
P_3 , МВт	524	641
P_4 , МВт	175	214
P_5 , МВт	437	533

По трем ЛЭП контролируются перетоки активной мощности:

$$P_{6-3} \leq 470 \text{ МВт}, P_{6-5} \leq 95 \text{ МВт}, P_{0-3} \leq 150 \text{ МВт}.$$

Перетоки мощностей по контролируемому ЛЭП находятся по коэффициентам распределений мощностей узлов, которые приведены в таблице 2.

Таблица 2 Коэффициенты распределения мощностей узлов по контролируемому ЛЭП

ЛЭП	Узлы						
	1	2	3	4	5	6	7
6-3	0,2536	-0,0713	-0,0172	0,4106	0,489	0,6343	0,4986
6-5	-0,0701	0,02025	0,0484	-0,281	-0,4223	0,1029	-0,2986
0-3	-0,14	-0,1735	-0,267	-0,1744	-0,1917	-0,224	-0,1939

Для решения задачи описанным алгоритмом в заданных диапазонах исходных параметров (нагрузок узлов) выбираем по 5 значений нагрузок, приведенных в таблице 3.

Таблица 3. Возможные нагрузки узлов.

Интервал, i	1	2	3	4	5
P_H , МВт	1485	1567,5	1650	1732,5	1815
P_2 , МВт	349	369	388	408	427
P_3 , МВт	524	527	582	611	641
P_4 , МВт	175	198	194	204	214
P_5 , МВт	437	473,5	486	509,5	533

При заданных нагрузках узлов (табл. 3) пять раз решена оптимизационная задача в детерминированной постановке. При этом осуществлена минимизация целевой функции, представляющей собой сумму расходов условного топлива в расчетных ТЭС B , с учетом ограничений по условию баланса активной мощности в энергосистеме и по

перетокам мощностей в контролируемых ЛЭП. По результатам такой оптимизации по значениям целевой функции получена платежная матрица, приведенная в таблице 4, а также три платежные матрицы по значениям перетоков мощностей в контролируемых ЛЭП.

Таблица 4. Платежная матрица значений целевой функции, т.у.т./ч.

Номер плана	Условно-оптимальные мощности ТЭС, МВт	Суммарная нагрузка энергосистемы, МВт				
		1485	1567,5	1650	1732,5	1815
1	$P_1=233$ $P_6=405$ $P_7=556$	($P_0=291$) 1582,3	($P_0=373,5$) 1730,5	($P_0=456$) 1874,1	($P_0=538,5$) 2115,3	($P_0=621$) 2338,9
2	$P_1=230$ $P_6=382$ $P_7=605,5$	($P_0=267,5$) 1584,1	($P_0=350$) 1725,6	($P_0=432,5$) 1870,9	($P_0=515$) 2114,7	($P_0=597,5$) 2345,5
3	$P_1=360$ $P_6=392$ $P_7=600$	($P_0=133$) 1587,6	($P_0=215,5$) 1728,4	($P_0=298$) 1872,2	($P_0=380,5$) 2135,3	($P_0=463$) 2344,4
4	$P_1=625$ $P_6=250$ $P_7=665,5$	($P_0=-55,5$) 1588,2	($P_0=27$) 1730,4	($P_0=109,5$) 1866,5	($P_0=192$) 2148,4	($P_0=274,5$) 2322,2
5	$P_1=247,5$ $P_6=429,6$ $P_7=589,6$	($P_0=-153$) 1577,5	($P_0=-70,5$) 1744,6	($P_0=12$) 1830,3	($P_0=94,5$) 2166,7	($P_0=177$) 2355,8

В результате анализа платежных матриц по значениям перетоков мощностей в контролируемых ЛЭП выявлено, что при некоторых нагрузках

узлов для условно-оптимальных планов 1, 4 и 5 некоторые ограничения нарушаются (табл. 5). Поэтому эти условно-оптимальные планы исключены из дальнейшего рассмотрения.

Таблица 5. Случаи нарушения ограничений по перетокам мощностей в контролируемых ЛЭП.

Номер плана	Суммарная нагрузка энергосистемы, МВт	
	1485	1815
1		$P_{6-5}=104,8 > 95$, $P_{0-3}=153,5 > 150$
4	$P_{6-3}=478,3 > 470$	
5		$P_{6-3}=479,9 > 470$

В соответствии с предложенным алгоритмом оптимальный план выбран из числа оставшихся двух – 2-й и 3-й условно-оптимальных планов по критерию минимакса. В результате как оптимальный план получен 3-й условно-оптимальный план, при котором

$$\min(i)\max(j)B_{ij} = 2344,4 \text{ т.у.т./ч}$$

$$P_1^{on} = 360 \text{ МВт}, P_6^{on} = 392 \text{ МВт}, P_7^{on} = 600 \text{ МВт}$$

и из условия баланса активной мощности в энергосистеме

$$P_0^{on} = 1815 - 360 - 392 - 600 = 463 \text{ МВт}$$

Таким образом, предложенный алгоритм учета ограничений отличается простой процедурой расчета и с достаточной для практических целей точностью.

Заключение

1. Предложен алгоритм учета ограничений в виде неравенств при оптимальном планировании краткосрочных режимов энергосистем в условиях неопределенности исходной информации.

2. На основе расчетно-экспериментальных исследований выявлена, что предложенный алгоритм обладает простой расчетной процедурой и достаточной для практических целей точностью.

3. Предложенный алгоритм эффективно может применяться для оптимального планирования краткосрочных режимов энергосистем с учетом функциональных ограничений в виде неравенств в условиях частичной неопределенности исходной информации.

Список литературы

1. Автоматизация диспетчерского управления в электроэнергетике/ Под общей ред. Ю.Н.Руденко и В.А.Семенова. – М.: Изд-во МЭИ, 2000.- 648 с.

2. Арзамасцев Д.А., Липес А.В., Мызин А.Л. Модели оптимизации развития энергосистем. Москва, Высш. шк., 1987. – 272 с.

3. Гайилов Т.Ш. Методы и алгоритмы оптимизации режимов электроэнергетических систем. – Т.: Изд. ТашГТУ, 2014. – 188 с.

4. Гайилов Т.Ш., Жураев М.Э., Узаков Б.А. Алгоритм оптимизации режимов электрических сетей с учетом ограничений в виде неравенств в условиях вероятности исходной информации.// Евразийский Союз Ученых (ЕСУ). Ежемесячный научный журнал. – Москва, 2014. - №4 (часть 5). С. 60-62.

5. Murty P.S.R., Operation and Control in Power Systems. B.S. Publications, Hyderabad, 2008. – 410 p.

6. Насиров Т.Х., Гайилов Т.Ш. Теоретические основы оптимизации режимов энергосистем. – Т.: «Fan va texnologiya», 2014. – 184 с.

ABOUT THE USAGE OF THE TERM “RELIABILITY” IN TECHNIQUE

Galeev A.P.

MIIGAiK, Moscow, R.F.,

Geller M.I.

International Informatization Academy, N.Y., U.S.A.,

Nazarova G.S.

Close Corporation LANTEP, Moscow, R.F.

[DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.59.10-12](https://doi.org/10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.59.10-12)

ABSTRACT

The scope of the term "reliability" in technique is discussed. The examples of the incorrect usage of this term to characterize the results of measurements and observations are presented. The basic terms characterizing the accuracy and the confidence of measurements, observations, established in national and international standards are discussed. It is advisable to use the term "confidence" instead of the term "reliability" for a qualitative characteristic of the correctness of the results of the measurements and the observations. It is possible to speak only about the "metrological reliability" of the measuring equipment, in particular about the preservation of their metrological operability.

Keywords: reliability, confidence, measurement, observation.

In technical and educational literature, including the evaluation of the results of measurements and observations, the term "reliability" is often used incorrectly.

For example, in the book [1, p. 49] we read: "The optimality criterion is the minimum number of measurements to describe the dependence $y(x)$ with given reliability (or we get maximum reliability for a given volume of measurements)."

It is stated in the text [2, p. 5]: “There are tasks of receiving of measurements values with the most reliable final results, followed by the quantitative characteristic of accuracy of these results with some degree of confidence expressed in numerical form.” There [2, p. 6] we read “... the search of the most reliable value defining value for the results of multiple observations.”

Or in the book [3] it says: “...the set of the points (x, y) gives an initial view of the form of the dependence. For it, reliable determination it is necessarily to have not less than 20 pairs of measurements”.

There are many similar examples. However, the use of the term “reliability” to describe the results of the measurements is incorrect and does not comply with the national and international standards used in the field of Metrology.

The origins of this confusion lie in the fact that the theory of reliability and the theory of measurement are both based on the concepts of mathematical statistics. The results of the tests, experiments, measurements, observations and their functions in both cases are treated as the random events [4].

In some cases, incorrect use of the term «reliability» can be also due to inaccuracies in the translation, because in English the word «Reliability» means “the dependability, reliability, strength, confidence (accuracy)” [5].

However, the concept of “reliability” of the technical object and the “confidence” of the results of measurements and tests are essentially different; herewith, in the national standards of the Russian Federation and international standards they are clearly defined.

According to [6] “the reliability is a property of the object to save time within the established vales of all parameters characterizing the ability to perform the required functions within specified regimes and conditions of its use, maintenance, service, storage and transportation”. The reliability is a complex property which depends on the purpose of the object and conditions of its use may include reliability, durability, maintainability, serviceability and storage ability or some combination of these properties. In particular, it is possible to speak about the reliability of the measuring equipment].

The confidence of the measurement information according to [7] “is its ability to be correctly perceived and interpreted by far for making management decisions”. The confidence of the measurement information depends on the accuracy of measurements – the property reflecting the proximity of measurement results to the accepted reference value of the measured quantity.

The accuracy of measurements can be greater or less, depending on the allocated resources (cost of the measuring instrument, the stabilization of external conditions, etc.). The accuracy should be sufficient to accomplish the task, but no more, because the further increase in accuracy will lead to unnecessary financial costs.

A quantitative measure of the accuracy of measurement results is the systematic and the random errors [8], which enable to estimate the deviation of the measured value of the variable from its reference value in standardized conditions.

Nowadays is widely agreed [9] that after evaluation of all the errors found and the corresponding amendments made to the measurement result, it still remains some uncertainty of the obtained result, i.e. the question in how accurately it corresponds to the measured value.

Under the condition of international market, it is important that the results of measurements obtained in different countries were comparable [9]. To solve this problem, the guidance of ISO/IEC comparatively recently introduced the concept of “measurement uncertainty” which characterizes the dispersion of valued attributed to the measured, based on all available information on its possible variability.

The International Committee of Weights and Measures is supposed to use the term “combined standard uncertainty” for all international comparisons and other works under the auspices of this Committee [9].

Combined standard uncertainty of the measurement result obtained a number of influence quantities, equal to the positive square root of the weighted sum of the variance or covariance of these variables, weighting coefficients which are determined by the dependence of the measurement result from the changes of these values [9].

Thus, to characterize the accuracy of measurements, observations if their statistical evaluation is necessary to use the terms “accuracy”, “error”, “uncertainty”, which correspond to current national and international standards in the field of metrology.

The use of the term “reliability” is not correct, when it is applied to the evaluation of the measurement results. You can only speak about the “metrological reliability” of the measuring equipment, in particular about the preservation of their metrological operability.

As we previously noted [10], the confusion in terminology can lead to consequences, such as when the set of theoretical and practical tasks on the basis of incorrectly formulated indicators (purposes, objective) are used and, what is worse, that financial recourses will be wastefully spent for these purposes.

Literature:

1. Stremel M. A. Engineer in the laboratory. – M. Metallurgy, 1983, 130 p.

2. Bolshakov V. D. Theory of errors of observations, M., Nedra, 1983, 185 p.

3. The theory of mathematical processing of geodetic measurements in two volumes /edited by Y. I. Markuse. Book 1. Fundamentals of the theory of errors /V. V. Golubev, Moscow: Moscow State University of Geodesy and Cartography, 2005, p. 56.

4. Belov P.V., Sirota A. I. Probability and information, M, Moscow State Institute of Radio-engineering Electronics and Automation, 2008, 48 p.

5. Klimzo B. N. Russian-English dictionary of common words and phrases scientific and technical literature. In 2 vols. - M.: ETS, 2002, v.2, p. 552.

6. GOST 27.002-89 Reliability of the technique. Basic concepts. Terms and definitions.

7. GOST 8.820-2013. ICG. Metrological support. The main provisions.

8. International vocabulary of Metrology - Basic and general concepts and associated terms. Ed. 2, JCGM, 2010. - 82 p.

9. GOST R 54500.3-2011. (Guide ISO/IEC 98-3) The uncertainty of the measurement. Part 3. The guide to the expression of uncertainty in measurement.

10. Galeev A. P., Nazarova G. S. Features terminology in the field of dependability, used in the national

standards currently in force. Fluctuation and degradation processes in semiconductor devices: Materials of international scientific-methodical seminar, Moscow, Moscow scientific-technical society radio electronics and communications named after A. S. Popov, National Research university "MPEI", 2014, p.p. 179-182.

ПРИМЕНЕНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ НЕФТЯНЫМИ СКВАЖИНАМИ

Аунг Зеар,
аспирант кафедры ПМ,

Михайлов И.С.,

к.т.н., доцент кафедры ПМ

*Национальный исследовательский университет «МЭИ»,
г. Москва, Россия,*

АННОТАЦИЯ

В статье рассматривается применение метода интеллектуального анализа данных - машины опорных векторов (SVM) для решения практической задачи оценки эффективности нефтяных скважин. Данный нелинейный метод показывает лучшие результаты анализа чем метод линейной регрессии (LR), также являющийся методом машинного обучения. В работе приведены и проанализированы принципы решения задачи классификации с помощью методов логистической регрессии и машины опорных векторов. В экспериментах рассчитаны и сопоставлены точности этих двух алгоритмов при одинаковых условиях.

Ключевые слова: машинное обучение; интеллектуальный анализ данных; машина опорных векторов; нефтяные скважины.

Введение

Развитие цифровизации параметров работы нефтяных скважин, как источников значений параметров для массового производства, так и методов сбора данных в реальном времени, позволяет обеспечивать оптимизацию процесса добычи нефти [1]. Использование машинного обучения для очистки, интеграции, преобразования данных, разработки приложений и оптимизации анализа данных нефтяных скважин является новым научным подходом к решению задачи анализа работы нефтяных скважин. В настоящее время параметры нефтяных скважин, используемые в алгоритме анализа данных, относительно просты, при условии отсутствия параметров, зависящих от других групп параметров, и стандартных способах вычисления оценки данных [2-3]. В статье предлагается нелинейный алгоритм классификации SVM, построение структуры системы разработки данных и модели распознавания полифилетических параметров с использованием SVM через карту пространства признаков высокой размерности и оптимизированную гиперплоскостную классификацию для решения задачи анализа нелинейных параметров нефтяных сква-

жин и распознавания шаблонов совокупностей значений параметров скважин, отражающих их текущее состояние.

1. Полифилетические параметры модели распознавания образов нефтяных скважин

В процессе добычи нефти центр наблюдения собирает, передает, анализирует и выдает в режиме реального времени данные о давлении, температуре, электрическом напряжении, электрическом токе и нагрузке, а также других первичных параметрах, что помогает администратору понимать условия работы нефтяной скважины и обеспечивать её работу в режиме высокой эффективности и низкого потребления [4-5]. Как правило к данным параметрам также относятся пиковые значения электрического тока и напряжения, напорное давление насоса, противодавление, давление масла и давление в затрубном пространстве скважины. Эти данные передаются в автоматизированную систему управления в режиме реального времени. После выполнения линейной аппроксимации и прогнозирования данных, лицо принимающее решение может оценивать состояние скважины в данный момент и прогнозировать её поведение в будущем, для принятия соответствующих компенсирующих управляющих воздействий.

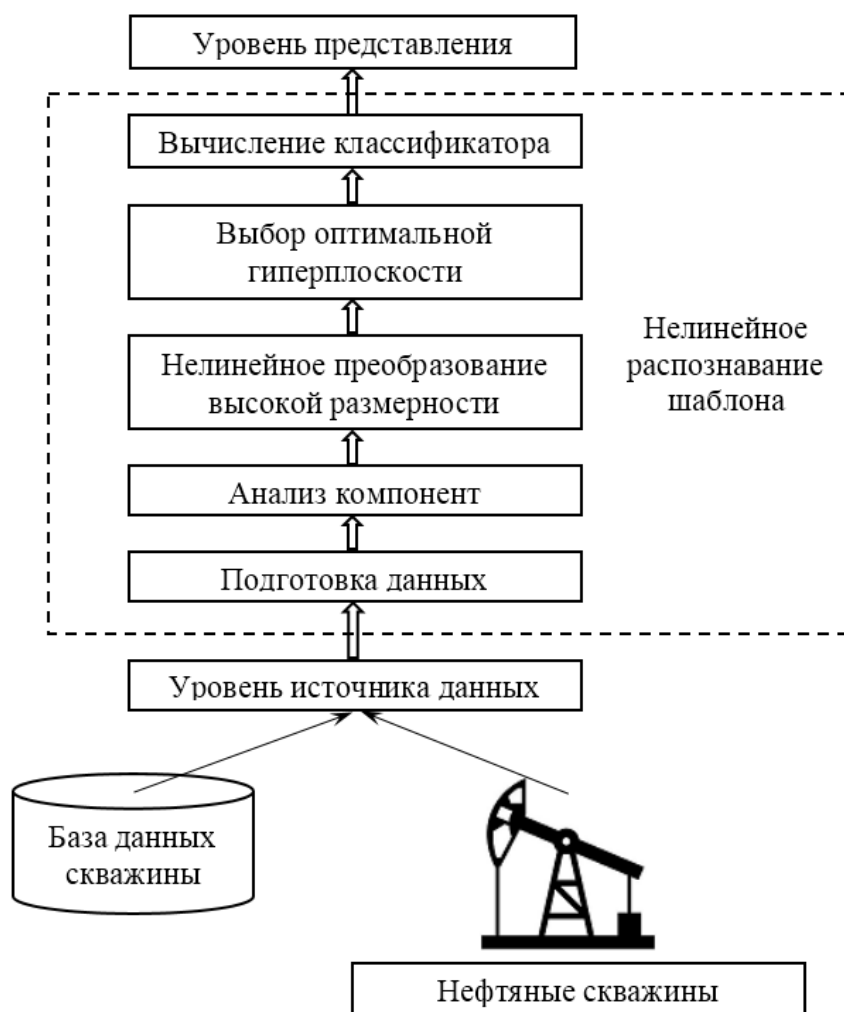


Рис. 1. Модель распознавания шаблона состояния нефтяной скважины

На рисунке 1 представлен процесс распознавания текущей ситуации на скважине.

2. Нелинейный SVM

2.1 Метод ядра

Метод ядра позволяет решить задачу нелинейной классификации с помощью нелинейного преобразования [6]. При условии, что входное пространство является Евклидовым-пространством и признаковое пространство является гильбертовым пространством, метод ядра означает произведение

векторов объектов, полученных в процессе преобразования входных данных из входного пространства в признаковое пространство. С помощью метода ядра можно исследовать нелинейные данные с целью получения нелинейного метода SVM. Вся указанная процедура представляет собой работу линейного метода SVM в многомерном пространстве признаков.

Метод ядра показан на рисунке 2.

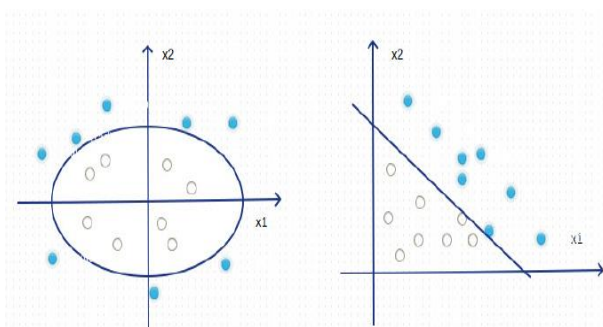


Рис. 2. Использование метода ядра для решения нелинейной задачи

Общая идея заключается в использовании нелинейного преобразования для изменения входного пространства в пространство признаков, которое может преобразовать модель гиперповерхности в

исходном пространстве в гиперплоскость в пространстве признаков. Это означает, что нелинейная задача классификации в исходном пространстве

преобразуется в задачу, которая может быть решена линейным SVM в пространстве признаков.

2.2 SVM

Общая идея SVM заключается в решении задачи правильной классификации множества данных и максимизации геометрического поля. Может быть несколько разделяющих гиперплоскостей, но существует только одна разделяющая гиперплоскость с максимальным геометрическим отступом. Прямое объяснение максимизации геометрического поля заключается в том, что гиперплоскость с максимальным геометрическим отступом, полученным из классификации, равна классификации обучающих данных по достаточному фактору определенности. Необходимо не только правильно классифицировать, но и разделять ближайшие точки с достаточным коэффициентом достоверности. Этот процесс может предоставить определенные данные с хорошей прогностической способностью, которая называется способностью обобщения.

При решении нелинейной задачи после преобразования в многомерное пространство, как правило, трудно найти гиперплоскость, которая может полностью разделить точки данных, а это значит, что есть некоторые особые точки. Но после удаления этих особых точек большая часть точек становится линейно разделима. Чтобы решить эту проблему, мы импортируем скользящую переменную в обучающую выборку. В ситуации мягких краёв задача обучения SVM будет иметь вид:

$$\min_{w,b,\xi} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \quad (1)$$

$$\text{s.t. } y_i(w x_i + b) \geq 1 - \xi_i \quad (2)$$

Где C -параметр штрафа. При увеличении C также увеличивается штраф за ошибки классификации. Необходимо отрегулировать целевую функцию, чтобы минимизировать количество особых точек, одновременно максимизируя отступ от гиперплоскости.

3. Алгоритм линейной логистической регрессии

Алгоритм линейной логистической регрессии – это классический метод классификации в исследовании статистики, относящийся к линейной логарифмической модели. Эта модель классификации представляет собой условное распределение вероятностей $P(Y/X)$, которое является моделью суждения. Она может быть получена из модели линейной регрессии $hw(x) = w^T x$ и сигмоидной кривой:

$$P(Y=1/X) = \frac{1}{1+e^{-wx}} \quad (3)$$

Где x -вход, y -выход, w -взвешенный коэффициент и $w x$ - внутреннее произведение. Функция распределения логистической регрессии и функция плотности показаны на рисунке 3.



Рис. 3. Функция распределения логистической регрессии и функция плотности

Логистическая регрессия сравнивает разницу между двумя условными вероятностями и относит обучающий пример x в большую вероятностную группу. Для обучающего набора данных можно использовать функцию максимального правдоподобия для оценки параметров модели для получения логистической модели. Вводятся следующие предположения.

$$P(Y=1|x) = f(x), P(Y=0|x) = 1 - f(x) \quad (4)$$

Функция правдоподобия имеет вид:

$$\prod_{i=1}^N [f(x)]^y [1 - f(x)]^{1-y} \quad (5)$$

Логарифмическая функция правдоподобия имеет вид:

$$L(w) = \sum_{i=1}^N [y \log f(x) + (1-y) \log(1 - f(x))] \quad (6)$$

4. Реализация и результаты эксперимента

4.1 Эксперимент по оценке эффективности планирования работы нефтяной скважины

Эффективность системы – это наиболее важный фактор качества работы системы добычи. Эффективность системы добычи - это отношение полезного количества добытой жидкости к потребляемой мощности в единицу времени, что является существенным фактором производства. В результате эксперимента в качестве целевого фактора была выбрана эффективность системы. Предполагается, что значение эффективности системы выше 45% является положительным, меньше 45% - отрицательным.

В интеллектуальном анализе данных такие параметры, как нагрузка, температура и электрическое напряжение насоса, подходят для решения задачи классификации в модели оценки. При анализе эффективности насосной системы рассматриваются влияющие на неё факторы, перечисленные в таблице 1. Данные, приведенные в таблице 1, были получены для каждой нефтяной скважины в одно время.

Таблица 1. Параметры нефтяной скважины

Параметры	Единица Из-мерения	Параметры	Единица Из-мерения
Глубина	[м]	Реактивная мощность	[КВ]
Период работы	[ч]	Давление масла	[МПа]
Максимальная нагрузка	[КН]	Максимальное давление	[МПа]
Минимальная нагрузка	[КН]	Минимальное давление	[МПа]
Коэффициент мощности	[1]	Давление продукции	[МПа]
Активная мощность	[КВ]	Напряжение	[В]
Максимальная активная мощность	[КВ]	Ток	[А]

Для улучшения результатов выполненной работы в соответствии с полученными данными были выполнены следующие действия.

1) С целью повышения эффективности данных была собрана вся возможная относящаяся к ним информация.

2) Была выполнена предварительная обработка данных методами сглаживания, нормализации и шумоподавления.

3) Создана модель оценки для решения реальных задач.

4) Выполнена оценка полученных моделей.

5) Выработана оптимальная модельная схема.

6) Выполнено сравнение результатов с реальными данными, после чего выполнено обновление модели.

4.2 Результаты классификации

Эксперимент проводился на языке python на примере нефтяных скважин месторождения с использованием алгоритмов SVM и LR. 1980 нефтяных скважин были выбраны в качестве обучающего множества, оставшиеся 20 нефтяных скважин в качестве тестовой выборки. Согласно опыту, параметр штрафа C был установлен 0.8, функция оценки RBF и стандартное отклонение 0.5 для модели SVM; параметр штрафа C=1 для LR. Сравнение прогнозируемой и реальной эффективности приведено в таблице 2.

Таблица 2. Результаты классификации

№	Реальное значение	Прогноз LR	Прогноз SVM	№	Реальное значение	Прогноз LR	Прогноз SVM
1	0	1	0	11	0	0	1
2	0	0	0	12	0	0	0
3	0	0	0	13	0	0	0
4	0	0	0	14	0	0	0
5	0	0	0	15	0	0	0
6	0	1	1	16	1	1	1
7	1	0	1	17	0	1	0
8	1	1	1	18	0	0	0
9	0	1	1	19	0	0	0
10	1	1	1	20	1	1	1

При использовании логистической модели было обнаружено 15 правильных результатов классификации, что означает, что точность достигает 75%. В рамках модели SVM найдено 18 правильных классификаций с точностью 90%, которые удовлетворяют условиям прогнозирования. С помощью метода уменьшения размерности PCA можно уменьшить размерность данных 17 до 2 с учетом

визуализации, результат которой показан на рисунке 4. Множество точек на рис. 4 означает определенный набор данных. Квадраты означают правильную классификацию SVM, а звезды - LR. Перекрывающиеся части корректны в обоих алгоритмах, а красные крестики являются ошибками классификации.

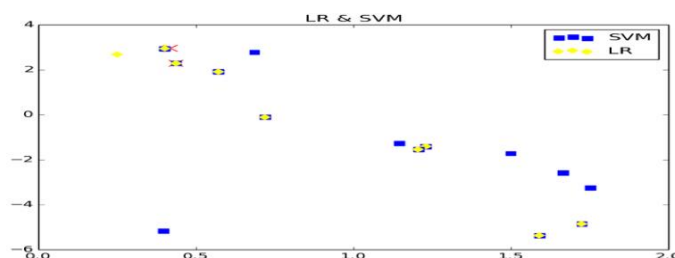


Рис. 4. Результаты эксперимента SVM и LR

В предметной области нефтяных скважин распределение данных осложнено высокой размерностью пространства данных, что может оказать большое влияние на сбор первичных данных. В этой ситуации возможна ошибка сбора одного или нескольких видов данных, а также неравномерное распределение данных. Классический ручной анализ, такой как применение диаграмм, линейный анализ или логистическая регрессия, не позволяет достигнуть высокого качества классификации. В этом случае машина опорных векторов с использованием метода ядра лучше подходит для нелинейного сложного процесса обработки данных.

5. Заключение

В работе выполнен теоретический анализ метода опорных векторов и метода логистической регрессии. Показано, что нелинейный алгоритм SVM работает лучше, чем линейный алгоритм LR при анализе системы нефтяных скважин и прогнозировании их эффективности. В дальнейшем необходимо разработать метод классификации на базе машины опорных векторов, позволяющий осуществлять классификацию исходного множества данных на несколько классов с возможностью оценки степени близости к каждому из этих классов.

6. Литература

[1] Yong Soo Kim. Performance evaluation for classification methods: A comparative simulation study[J]. Expert Systems With Applications, 2009, 37(3).
 [2] Hanuman Thota, Raghava Naidu Miriyala, Siva Prasad Akula, K. Mrithyunjaya Rao, Chandra Sekhar Vellanki, et al.. Performance Comparative in Classification Algorithms Using Real Datasets[J]. Journal of Computer Science & Systems Biology, 2009, 02(01).

[3] HungLinh Ao, Junsheng Cheng, Yu Yang, Tung Khac Truong. The support vector machine parameter optimization method based on artificial chemical reaction optimization algorithm and its application to roller bearing fault diagnosis. Journal of Vibration and Control. 2015(12).

[4] Rimjhim Agrawal, Thukaram Dhadbanjan. Identification of Fault Location in Distribution Networks Using Multi Class Support Vector Machines. International Journal of Emerging Electric Power Systems. 2012(3).

[5] Snehal A. Mulay, P.R. Devale, G.V. Garje. Intrusion Detection System Using Support Vector Machine and Decision Tree. International Journal of Computer Applications. 2010(3).

[6] Wang Liejun, Lai Huicheng, Zhang Taiyi. An Improved Algorithm on Least Squares Support Vector Machines. Information Technology Journal. 2008(2).

[7] R. Cogdill, P. Dardenne. Least-squares support vector machines for chemometrics: an introduction and evaluation. Journal of Near Infrared Spectroscopy. 2004(2).

[8] Ke Lin, Anirban Basudhar, Samy Missoum. Parallel construction of explicit boundaries using support vector machines. Engineering Computations. 2013(1).

[9] Ashkan Moosavian, Hojat Ahmadi, Babak Sakhaei, Reza Labbafi. Support vector machine and K-nearest neighbour for unbalanced fault detection. Journal of Quality in Maintenance Engineering. 2014(1).

[10] Long Zhang, Jianhua Wang. Optimizing parameters of support vector machines using team-search-based particle swarm optimization. Engineering Computations. 2015(5).

УДК 331.101.1

ЭРГОНОМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЭФФЕКТИВНОГО ВОСПРИЯТИЯ ЗРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ СЛАБОВИДЯЩИМИ

Горячкин Б.С.

к.т.н., доцент

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
Москва*

Красильников С.Н.

магистр

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,

ERGONOMIC FEATURES OF EFFECTIVE PERCEPTION OF VISUAL INFORMATION, VISUALLY IMPAIRED

Goryachkin B.S.

Ph.D., assistant professor

*Moscow State Technical University. N.E. Bauman,
Moscow*

Krasil'nikov S. N.

master

Moscow State Technical University. N.E. Bauman,

АННОТАЦИЯ

В статье проведен анализ разработанной системы оценки эргономичности сайта для слабовидящих людей на основании исследования их трудовой занятости на предприятиях. Особое внимание уделяется

параметрам, оказывающим критически важное влияние на воспринимаемость, управляемость и понятность с целью проектирования эргономичного веб-сайта для слабовидящих пользователей. Кроме того, осуществляется анализ и расчет параметров пригодности сайта для использования слабовидящими людьми на основе качественных и количественных характеристик для того, чтобы достичь наивысшей эффективности работы пользователя с веб-сайтом.

ANNOTATION

The article analyzes the developed system for assessing the ergonomics of the site for visually impaired people on the basis of the study of their employment in enterprises. Special attention is paid to the parameters that have a critical impact on the perception, handling and clarity in order to design an ergonomic website for visually impaired users. In addition, the analysis and calculation of the parameters of the suitability of the site for use by visually impaired people on the basis of qualitative and quantitative characteristics in order to achieve the highest efficiency of the user with the website.

Ключевые слова: слабовидящие, эргономичность, зрительная система, сайт для слабовидящих, анализ характеристик, система оценки.

Key words: visually impaired, ergonomics, visual system, website for the visually impaired, the analysis of the characteristics of the evaluation system.

Введение

Слепота является одной из важнейших проблем здравоохранения. По данным Всемирной Организации Здравоохранения за 2018 год, в мире около 285 млн человек страдают от нарушений зрения. 39 млн из них поражены слепотой, 246 млн имеют пониженное зрение. В то же время наблюдается постоянное увеличение их количества, что обусловлено недостаточной организацией техники безопасности в быту и на производстве, постоян-

ным ведением военных действий, нарушением применения токсических веществ в сельском хозяйстве, ухудшением экологии.

Согласно международной классификации болезней [2] существует следующая классификация степени нарушения зрения, приведенная в таблице 1. Категория нарушения зрения зависит от показателей остроты зрения с максимально возможной коррекцией, которые выражены правильной дробью от показателя остроты зрения у человека с нормальным зрением.

Таблица 1 Классификации степени нарушения зрения.

Категория нарушения зрения	Острота зрения с максимально возможной коррекцией	
	Максимальный показатель менее чем	Максимальный показатель равен или более чем
Умеренное нарушение зрения (I)	6/18	6/60
	3/10	1/10
	20/70	20/200
Тяжелое нарушение зрения (II)	6/60	3/60
	1/10	1/20
	20/200	20/400
Слепота (III)	1/20	1/60
	20/400	1/50
		5/300
Слепота (IV)	1/60	Светоощущение
	1/50	
	5/300	
Слепота (V)	Отсутствие светоощущения	

Согласно данной таблице мы можем выделить следующие категории:

- I категория – лица с остротой зрения – 0,1-0,3 (у человека с нормальным зрением этот показатель равен 1)
- II категория – лица с остротой зрения – 0,05 – 0,1
- III категория – лица с остротой зрения – 0,02 – 0,05
- IV категория – лица с остротой зрения – светоощущение – 0,02
- V категория – лица с остротой зрения – отсутствие светоощущения

Первые две категории утраты зрения (I и II) определяются как «слабовидение», категории III-V – как «слепота».

В настоящей статье в качестве примера зрительной информации рассматриваются экранные формы веб-сайта для слабовидящих, то есть для людей с I и II категориями утраты зрения.

Разработка системы оценки эргономического обеспечения (ЭО)

Для того, чтобы выявить основные критерии сайта для слабовидящих было произведено исследование занятости инвалидов по зрению на предприятиях Общероссийской общественной организации инвалидов «Всероссийское ордена Трудового Красного Знамени общество слепых»

(«ВОС»). Существует множество отраслевых специализаций предприятий, таких как: автокомпоненты, медицинские изделия, кистещеточная продукция, изделия из бумаги и картона и др.

Работы, выполняемые слабовидящими, разнообразны, но в основном это механические операции с минимальной нагрузкой на зрительную систему. Все работы выполняются с простыми, привычными предметами, в некоторых видах работ присутствует машинная помощь для инвалидов, например, озвучка цветов проводов на аппарате по сборке электровилок, а в сборке светотехники присутствуют цветные индикаторы.

В соответствии с пунктом 5.16 устава «ВОС» [1]: «Осуществлять в полном объеме... защиту прав и законных интересов инвалидов по зрению, групп инвалидов по зрению, неопределенного круга инвалидов по зрению, как потребителей товаров, работ и услуг, предназначенных для их социальной, медицинской и профессиональной реабилитации» и на основании исследования, мы можем прийти к заключению, что для слабовидящих главным в работе

на предприятиях является понятность, простота, легкая воспринимаемость, доступная управляемость и индикация.

На основе данного исследования видов деятельности инвалидов по зрению на предприятиях «ВОС» была построена иерархическая система оценки эргономического обеспечения сайта для слабовидящих, которая изображена на рис.1. При этом сайт здесь рассматривается как некий информационный ресурс, информационная система (ИС), эргономичность которой может быть оценена на основе комплексных критериев, показателей и параметров, которым характерен принцип вложенности. Наиболее известными критериями ЭО для оценки ИС, как системы «человек-машина», являются такие как управляемость, обслуживаемость, осваиваемость, обитаемость, экологичность, изготавливаемость. Однако этот перечень не является всеобъемлющим и может быть расширен или скорректирован в зависимости от конкретной предметной области, как в нашем случае.



Рис.1. – Иерархическая система оценки ЭО сайта для слабовидящих.

Число параметров, как было отмечено выше, может быть значительно большим. Но даже те, которые представлены на рис. 1 требуют очень большого объема исследований. Поэтому в настоящей статье мы сосредоточимся на эргономическом анализе выделенных на рисунке параметров.

Показатель «Кнопка перехода»

Первым и самым важным показателем является «Кнопка перехода», так как доступ пользователя к адаптированной для слабовидящей версии сайта первым делом начинается с нажатия на данную кнопку, после чего осуществляется переход.

Данная кнопка является кнопкой аварийной фиксации внимания, то есть пользователь должен

без труда находить, в соответствии с оптимальным расположением объектов на экране, и понимать назначение данной кнопки. Если будет выбрано неверное изображение, то пользователь просто не сможет сориентироваться и понять функциональное назначение кнопки, а это значит, что пользователь с нарушением зрения попросту не сможет перейти на адаптированную для него версию сайта.

Параметр «Изображение»



Рис.2. – Эмблема Общероссийской общественной организации инвалидов «Всероссийское ордена Трудового Красного Знамени общества слепых».

Однако, для увеличения понятности и смысла функционального назначения эмблема должна упрощена, путём удаления рисунка солнца на зад-

нем фоне и надписи: «Всероссийское общество слепых» на переднем фоне, то есть мы избавляемся от шума на изображении. Упрощенная эмблема изображена на рис.3.



Рис.3. – Упрощенная эмблема, служащая изображением для кнопки перехода

Параметр «Цвет»

Согласно исследованиям, острота зрения или степень зрительной чувствительности восприятия знаков черного, красного, коричневого цветов на экране выше при наименьших оперативных пороговых размерах элементов информационной модели, чем у знаков желто-зеленого и бирюзового цветов [8]. Поэтому исходный цвет эмблемы (зелёный), исходя из вышеперечисленных доводов, изменить на более контрастный, а учитывая то, что ассоциативно красный цвет вызывает раздражение, а коричневый вызывает угнетение, то в качестве цвета эмблемы предлагается использовать чёрный. Тем более для монохромных изображений не нужно будет изменять его цвет.

Кроме того, учитывая специфику работы, необходимо понимать, что существуют не только нарушения в остроте зрения, но и в восприятии цветов. К таким нарушениям относятся: цветовая слепота на красный цвет (протанопия), зелёный цвет (дейтеранопия) и синий цвет (тританопия) [7].

На основании вышеизложенного, был выбран чёрный цвет для кнопки перехода, так как он имеет наименьшее пороговое восприятие, одинаково хорошо воспринимается людьми с нарушениями восприятия цветов, а также, что немаловажно, имеет нейтральный дизайн, который не повлияет на общий дизайн сайта. Итоговая кнопка перехода изображена на рис.4.



Рис. 4. – Кнопка перехода

Показатель «Удобочитаемость»

Следующим наиболее важным показателем является «Удобочитаемость», имеющий параметр «Удобочитаемый шрифт» и показатель «Контент» и его параметр «Контраст», поскольку главным в сайте является его наполнение. Пользователи с нарушениями зрения просто не увидят текст или смогут разглядеть его с большим трудом, если он не будет иметь достаточный размер и не будет контрастен фону. Часто при разработке сайтов разработчики не принимают во внимание эту рекомендацию в погоне за красивым дизайном, а потом оказывается, что слабовидящему пользователю практически невозможно прочесть текст на сайте без использования лупы.

Параметр «Удобочитаемый шрифт»

В соответствии со стандартами ГОСТ Р ИСО 9241-3 п. 5.4 и ГОСТ Р ИСО 9241-303 п. 5.5.4, угловой размер знака по высоте должен быть не менее 16', а при длительной работе с текстом оптимальным размером является 20'-22' [3,4]. В качестве параметра для зрячего пользователя возьмем угловой размер знака 16'. Для расчета углового размера знака других категорий пользователей воспользуемся следующей формулой:

$$\beta = \frac{\beta_{\text{зряч}}}{V} \quad (1)$$

где $\beta_{\text{зряч}}$ – угловой размер знака для зрячего пользователя, в угл. мин.,

V – острота зрения категории пользователей.

Кроме того, для восприятия текста важно расстояние от глаз до экрана. Согласно пункту 5.1 ГОСТ Р ИСО 9241-3 минимальным расстоянием от глаз до экрана при офисных работах является 400мм. Оптимальным значением является промежуток 600-700мм [4]. Возьмем в качестве оптимального параметра 600 мм.

Таким образом по формуле, вычисляющей высоту знака h в миллиметрах:

$$h = 2 * L * tg \frac{\beta}{2} \quad (2)$$

где L – расстояние от экрана до глаз, в мм,

β – угловой размер знака, в угл. мин. - это угол между линиями, соединяющими крайние точки знака по высоте и глаз наблюдателя.

По одной из систем для измерения шрифтов 1 кегль = 1/72 дюйма = 0,3527 мм. В таблице 2 представлены оптимальные размеры шрифта для комфортного использования сайта без вспомогательных средств в зависимости от категории пользователя.

Таблица 2 Размер шрифта в зависимости от категории пользователя

Категория	Острота зрения, %	Угловой размер знака, угл. мин.	Размер шрифта, кегль
Зрячий	100	16	
I	10-30	80-160	79-158
II	5-10	160-320	158-316

Показатель «Контент»**Параметр «Контраст»**

Контрастность определяет, насколько текст выделяется на фоне. Она определяет насколько просто пользователю будет различить символы. Согласно «Руководству по обеспечению доступности веб-контента» (WCAG) существует три уровня доступности (A-AA-AAA) [9].

Следовательно, зрячему человеку при 100% остроте зрения будет достаточен коэффициент контрастности 3:1, однако, согласно исследованиям, с

возрастом роговица глаза пропускает все меньше света: в 40 лет через нее проходит в два раза меньше света, чем в 20, к 60 годам количество поступающего в глаз света сокращается еще на 20%. Поэтому даже зрячему человеку после 40 лет будет комфортнее воспринимать высококонтрастные веб-элементы. Для I категории необходим коэффициент контрастности минимум 4,5:1, а для II категории – 7:1.

Таблица 3 Коэффициент контрастности в зависимости от категории

Категория	Острота зрения, %	Коэффициент контрастности
Зрячий	100	3:1
I	10-30	4,5:1
II	5-10	7:1

Для расчета контрастности используем следующую формулу [8]:

$$L = 0,2126 * R + 0,7152 * G + 0,0722 * B \quad (3)$$

где R, G, B определяются как:

если $R_{sRGB} \leq 0,03928$, то $R = \frac{R_{sRGB}}{12,92}$, иначе

$$R = \left(\frac{R_{sRGB} + 0,055}{1,055} \right)^{2,4} \quad (4)$$

если $G_{sRGB} \leq 0,03928$, то $G = \frac{G_{sRGB}}{12,92}$, иначе

$$G = \left(\frac{G_{sRGB} + 0,055}{1,055} \right)^{2,4} \quad (5)$$

если $B_{sRGB} \leq 0,03928$, то $B = \frac{B_{sRGB}}{12,92}$, иначе

$$B = \left(\frac{B_{sRGB} + 0,055}{1,055} \right)^{2,4} \quad (6)$$

где R_{sRGB} , G_{sRGB} , B_{sRGB} определяются как:

$$R_{sRGB} = \frac{R_{8bit}}{255} \quad (7)$$

$$G_{sRGB} = \frac{G_{8bit}}{255} \quad (8)$$

$$B_{sRGB} = \frac{B_{8bit}}{255} \quad (9)$$

где R_{8bit} , G_{8bit} , B_{8bit} – цвета в 8-битной системе.

Коэффициент контрастности рассчитывается по следующей формуле:

$$k = \frac{L_1 + 0,05}{L_2 + 0,05} \quad (10)$$

где L_1 – относительная яркость более светлых цветов переднего плана или фона,

L_2 – относительная яркость более темных цветов переднего плана или фона.

На основании [8] и критериев успеха 1.4.3 и 1.4.6 WCAG, рекомендуется придерживаться черно-белого цветового решения, так как это позволит добиться наивысшей контрастности 21:1, а также обеспечит комфортный доступ для людей с нарушениями цветового восприятия.

Показатель «Простота»

Параметр «Простые фигуры»

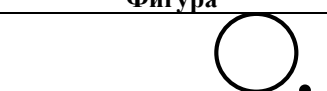


Исходя из исследования деятельности слабовидящих на предприятии было получено, что простота и понятность очень важны для I и II категорий пользователей, поэтому подробно рассмотрим параметр «Простые фигуры».

Все элементы фигур в веб-дизайне следует разделить на простые, средние и сложные категории:

- Простые – элементы, в которых присутствует одна составляющая.
- Средние – элементы, в которых присутствует несколько простых составляющих.
- Сложные – элементы, состоящие из множества простых или сложных составляющих, а также имеющие объем.

В Таблице 4 приведены примеры элементов, входящих в категории.

Таблица 4 Элементы в зависимости от категории

Категория элементов	Фигура	Составляющие элементов
Простые		Одна точка, линия
Средние		Несколько точек, несколько прямых линий
Сложные		Множество точек, множество прямых или криволинейных линий, объем

Так как у слабовидящих зрительное восприятие сохранено частично и не совсем полноценно, то обзор окружающей действительности у них сужен, замедлен, неточен, поэтому зрительные представления имеют качественные своеобразия, цветовые ощущения нарушены, цветовые образы-представления обеднены [6]. На основании этого сделан вывод, что нельзя использовать сложные фигуры для отображения веб-контента в версии сайта для сла-

бовидящих, иначе данные фигуры будут восприниматься некорректно и медленно, а некоторые из них будут и вовсе невозможны для восприятия

Поэтому для пользователей I категории необходимо использовать простые и средние элементы, так как они состоят из прямых линий и минимальных количеств составляющих элементов, а для пользователей II категории рекомендуется использовать только простые элементы, поскольку они

имеют лишь один составляющий элемент и пользователям будет наиболее просто и быстро сориентироваться в данном элементе.

Показатель «Объем контента»

Параметр «Число ссылок»

Последний показатель, который будет рассмотрен, это «Объем контента». Согласно ГОСТ Р 52872-2012 Часто посещаемые страницы по своему объему должны быть не более 2-3 экранов текста. Число ссылок на странице должно быть не более 15 (уровень AAA) [5].

Данное ограничение по числу ссылок выбрано для того, чтобы достичь наивысшей эффективности работы пользователя с веб-сайтом. Поскольку при большем числе ссылок слабовидящему пользователю будет труднее найти необходимую ссылку для навигации, что в разы замедлит его взаимодействие с веб-сайтом и создаст дискомфорт в работе с ним.

Вывод

Таким образом, в статье была разработана иерархическая система оценки эргономичности сайта для слабовидящих, выделены основные критерии, показатели и параметры оценки. Для расчета параметров введены качественные и количественные характеристики, на основании которых можно определить пригоден ли сайт для эффективного использования слабовидящими людьми или нет.

Список литературы

1. Устав Общероссийской общественной организации инвалидов «Всероссийское ордена Трудового Красного Знамени общество слепых». // Москва, 2011.
2. Всемирная организация здравоохранения. Международная классификация болезней (10-й пересмотр). // 1994.

3. ГОСТ Р ИСО 9241-303-2012 Эргономика взаимодействия человек-система. Часть 303. Требования к электронным видеодисплеям (с Поправкой).

4. ГОСТ Р ИСО 9241-3-2003 Эргономические требования при выполнении офисных работ с использованием видеодисплейных терминалов (ВДТ). Часть 3. Требования к визуальной отображению информации.

5. ГОСТ Р 52872-2012 Интернет-ресурсы. Требования доступности для инвалидов по зрению.

6. Глухов В.П. Дефектология. Специальная педагогика и специальная психология. Курс лекций. // В.П. Глухов. – М.: МПГУ, 2017. – 574с.

7. Воронин, В. М. В75 Эргономика больших систем : учебник / В. М. Воронин. — Екатеринбург : УрГУПС, 2017. — 385с.

8. Горячкин Б.С. Оценка выходных экранных форм автоматизированной системы обработки информации и управления. Международный научно-исследовательский журнал. 2016 . - №10(52), Часть 2, Октябрь. URL: <https://research-journal.org/wp-content/uploads/2011/10/10-2-52.pdf#page=24>

9. Web Content Accessibility Guidelines (WCAG) 2.1. W3C Recommendation 05 June 2018. URL: <https://www.w3.org/TR/WCAG21/>

10. Von Helmholtz H., Handbuch der physiologischen Optik (1st ed.), Hamburg, Voss, 1866; (2nd ed.), Hamburg, Voss, 1866; (3rd ed.), Leipzig, Voss, 1911; Physiological Optics, Vols. 1 and 2, Engl. Trans. Of 3rd ed., Optical Society of America, 1924, Dover Publication, New York, 1962. URL : <https://archive.org/details/handbuchderphysi00helm/page/128>

**ВЛИЯНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ МЕТАЛЛИЗАЦИИ НА ПРОЦЕСС
НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО АЗОТИРОВАНИЯ**

*Малахов Александр Юрьевич,**к.т.н., доцент**Александров Владимир Алексеевич,**к.т.н., доцент**Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)***АННОТАЦИЯ**

В данном докладе приводятся результаты исследований влияния предварительно проведённой металлизации поверхности стали медью на дальнейший процесс проводимого низкотемпературного азотирования. Установлено, что предварительная металлизация поверхности сталей 08Ю и 20Х13 медью вызывает каталитическое ускорение процесса диффузионного насыщения поверхности этих сталей азотом. Помимо этого, толщина металлизированного медного слоя поверхности стали позволяет регулировать строение, фазовый состав и кинетику роста азотированного слоя. Процесс низкотемпературного азотирования широко применяется в производстве деталей машин для улучшения физико-механических свойств поверхности (износостойкости, усталостной прочности, коррозионной стойкости), в связи с чем проведенные в данной статье исследования имеют достаточную актуальность.

ABSTRACT

This report presents the results of studies of the effect of pre-metallization of the surface of copper steel on the further process of low-temperature nitriding. It is established that the preliminary metallization of the surface of steels 08YU and 20X13 copper causes catalytic acceleration of the diffusion saturation of the surface of these steels with nitrogen. In addition, the thickness of the metallized copper layer of the steel surface allows you to adjust the structure, phase composition and growth kinetics of the nitrided layer. The process of low-temperature nitriding is widely used in the production of machine parts to improve the physical and mechanical properties of the surface (wear resistance, fatigue strength, corrosion resistance), and therefore the studies conducted in this article are of sufficient relevance.

Ключевые слова: азотирование, металлизация, диффузия, катализатор.

Keywords: nitriding, metallization, diffusion, catalyst.

Введение

Процесс низкотемпературного азотирования (диффузионное насыщение поверхности стали азотом) в настоящее время широко применяется в производстве деталей машин для улучшения физико-механических свойств поверхности (износостойкости, усталостной прочности, коррозионной стойкости) [1]. Это связано с преимуществом данного процесса по сравнению с другими аналогичными процессами химико-термической обработки поверхности стали (например, такого как цементация).

При низкотемпературном азотировании поверхность стали не испытывает значительного термического воздействия. При этом твердость поверхностного слоя стали значительно увеличивается из-за образования химических соединений - нитридов. Отсутствие термического воздействия не изменяет геометрию поверхности азотируемых деталей, позволяет использовать данный процесс после окончательной термической обработки и не требует проведения дополнительных шлифовальных работ.

Однако у низкотемпературного азотирования есть и свои недостатки – слишком маленькие упрочненные слои (всего 0,3 – 0,6 мм) [2], что для деталей работающих в условиях значительного износа или сильной коррозионно-агрессивной среды может быть недостаточным; хрупкость и низкая адгезия упрочненного слоя с матрицей стали и сложность регулирования фазового состава получае-

мого покрытия. В настоящее время основными параметрами, регулирующими фазовый состав получаемой модифицированной поверхности, являются температура и состав насыщающей среды. Для получения же более глубоких упрочненных слоев приходится увеличивать время процесса (иногда процесс азотирования может длиться несколько суток).

Таким образом, актуальной является задача по разработке такого способа низкотемпературного азотирования, который бы смог значительно сократить время процесса, позволил бы регулировать фазовый состав получаемого модифицированного покрытия, а также повысить адгезию достаточно глубоких нитридных слоёв с матрицей стали.

Сущность предлагаемой технологии и методика исследований

Ускорение процесса низкотемпературного азотирования возможно с помощью применения специальных веществ – катализаторов (химических веществ, ускоряющих реакцию). Известно множество катализаторов, которые могут быть использованы для этих целей – Cu, Cr, Ni, Pd, Rh [3]. В нашем случае в качестве катализатора была выбрана Cu, в связи с простотой её нанесения на поверхность стали и достаточно низкой стоимостью по сравнению с остальными перечисленными металлами-катализаторами.

Предлагаемая технология состоит из следующих этапов:

1. Металлизация - этап нанесения на поверхность стали металла-катализатора (меди). Важно

отметить, что основным критерием на данном этапе является параметр толщины осажденного медного слоя. Именно толщина осажденного медного слоя будет являться фактором, регулирующим кинетику роста азотированного слоя и его фазовый состав.

Рассматривались следующие основные способы металлизации поверхности стали:

а). Гальванический – химический (электрохимический) метод осаждения металлической пленки на стальную поверхность при её помещении в емкость с раствором электролита.

б). Осаждение катализатора из паров (газовой среды) летучих химических соединений, имеющих катализатор в своём составе.

в). Вакуумное напыление.

В нашем случае в связи с тем, что вакуумное напыление достаточно сложный процесс, исследования проводились с гальваническим осаждением и осаждением катализатора из паров (газовой среды) летучих химических соединений. В качестве гальванического электролита применялся водный раствор медного купороса. В качестве газовой среды осаждения применялся хлорид меди (CuCl_2), который помещался в специальную емкость (реактор) перед печью. При этом здесь фактором толщины осажденной меди является время продувки емкости с хлоридом меди. Осаждение катализатора из паров (газовой среды) летучих химических соединений сложнее обычного гальванического осаждения, однако имеет значительное преимущество – возможность осаждения на поверхность сталей с большим

электрохимическим потенциалом (например, коррозионностойкие стали типа 20Х13).

2. Окисление медной пленки. Осаждаясь на поверхности стали медь, образует непроницаемый сплошной слой. Через такой слой атомы азота неспособны проникнуть к поверхности стали. Необходимо достичь наличия проницаемой пористой пленки меди на поверхности стали. С этой целью предлагается окислять медную пленку. Окисление слоя чистой меди, предварительно нанесённой на поверхность стального образца (независимо от способа) происходит путём продувки печи воздухом при температурах последующего азотирования ($585 \pm 5 \text{ }^\circ\text{C}$) в течение 1 ... 3 минут.

3. Процесс низкотемпературного азотирования в среде аммиака при температурах $585 \pm 5 \text{ }^\circ\text{C}$ в течение 3 часов. Расход аммиака подбирался равным 2,5 объёмов муфеля печи в час.

4. Охлаждение образцов стали вместе с печью в атмосфере аммиака.

Гальваническое осаждение меди из раствора медного купороса проводилось на стали марки 08Ю (в связи с простотой гальванического осаждения на данной стали меди), а осаждения меди из паров газовой среды водного раствора хлорида меди проводилось на коррозионностойкой стали 20Х13.

Принципиальная схема установки, на которой производился процесс низкотемпературного азотирования, показана на рисунке 1.

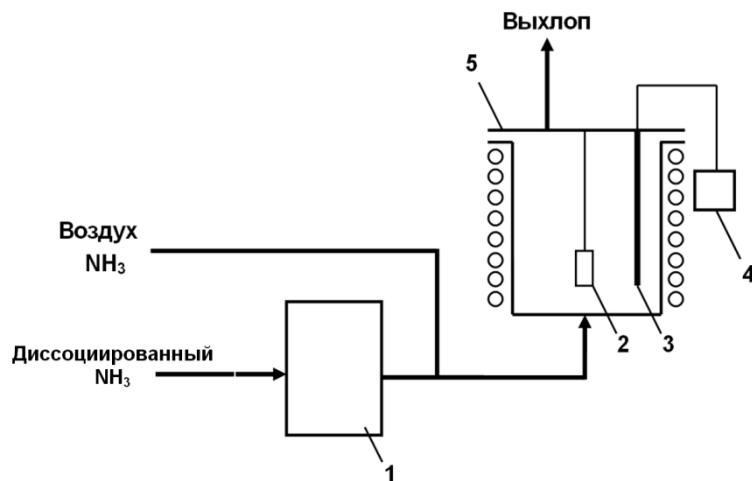


Рисунок 1 – Принципиальная схема установки, на которой производился предлагаемый процесс:

1 – емкость (реактор) с CuCl_2 и возможностью её продувки, 2 – образец, 3 – термопара, 4 – регулятор термопары, 5 – печь.

Основными элементами установки являются печь (СШОЛ-1.1.6) для азотирования, устройство подачи насыщающей среды и воздуха с возможностью переключения, емкость (реактор) с CuCl_2 с возможностью её продувки нагретым диссоциированным аммиаком, термопара и её регулятор для контроля температуры процесса.

Исследование микроструктуры образцов проводилось с помощью инвертированного металлографического микроскопа AXIOVERT 25CA, про-

изводство «Zeiss», Германия. Определение элементного химического состава поверхностного слоя и фазовый анализ выполняли на сканирующем электронном микроскопе (РЭМ) «JEOL JSM-6480LV», производство «Япония» с разрешением до 3 нанометров. Качественный и количественный фазовый анализ проводили на дифрактометре ДРОН-3 - многоцелевой рентгеновский дифрактометр с системой управления и регистрации на базе IBM PC. Дюротрический анализ распределения микротвердости по толщине азотированного слоя

проводился на микротвердомере ПМТ-3 с нагрузкой 0,02 Н (20г) и 0,05 Н (50г).

Обсуждение результатов исследования

Многочисленные эксперименты с толщиной, гальванически осаждаемой на поверхность стали 08Ю медной пленки и её окисление воздухом, вы-

явили её влияние на процесс формирования и состав самого формирующегося азотированного слоя в поверхности стали.

На рисунке 2 показана структура сформированного многослойного азотированного покрытия, полученного в результате азотирования стали 08Ю после осаждения на её поверхности меди толщиной 6,5 мкм (и её окисления воздухом).

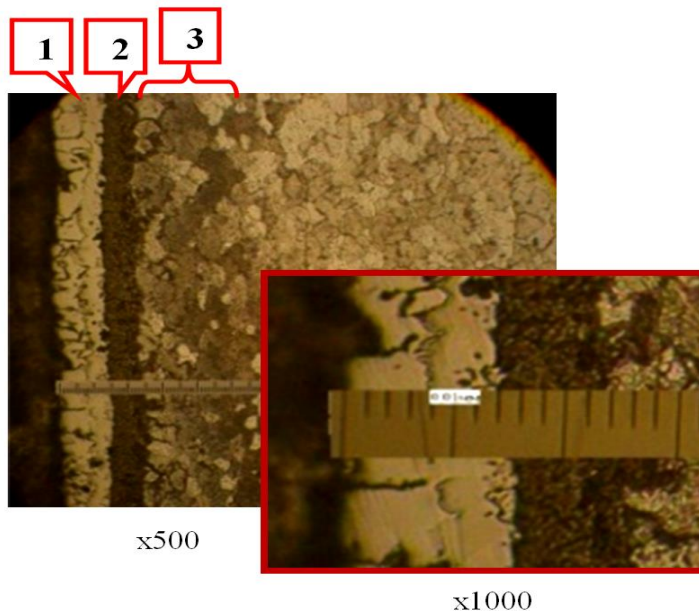


Рисунок 2 – Микроструктура сформированного в результате азотирования через осажденную пленку окисленной меди толщиной 6,5 мкм многослойного покрытия на стали 08Ю, x 500, x 1000 (AXIOVERT 25CA):

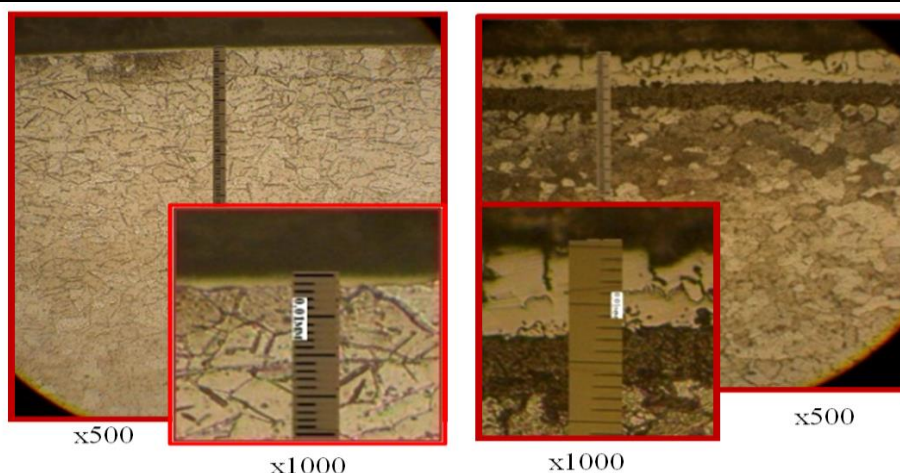
1 – нитридная зона (ϵ – фаза); 2 – нитридная зона ($\epsilon + \gamma'$) фаза;
3 – зона внутреннего азотирования (твёрдый раствор азота в $Fe_\alpha + \gamma'$).

При помощи сканирующего электронного микроскопа (РЭМ) JEOL JSM-6480LV и рентгеновского дифрактометра ДРОН-3 установлен фазовый состав полученного многослойного азотированного покрытия. На поверхности стали 08Ю формируется плотный слой нитридных фаз Fe_3N (ϵ – фаза) и Fe_4N (γ' – фаза), а под ними зона внутреннего азотирования твёрдого раствора Fe_α . При этом необходимо отметить, что помимо азота в модифицированный слой также диффундирует и медь на глубину до 100 мкм.

ДюрOMETрический анализ распределения микротвердости от поверхности образца с полученным модифицированным многослойным покрытием вглубь его матрицы показал интегрально плавное

уменьшение микротвердости. Можно заключить, что это обеспечит очень хорошую адгезию между верхними нитридными слоями модифицированного слоя и матрицей стали.

С исследуемыми образцами, на которые осаждалась медь, при тех же условиях, азотировался также и образец стали 08Ю без нанесения катализатора. Сравнение образцов позволило выявить каталитический эффект применения перед азотированием окисленной медной плёнки. На образце без нанесения медной пленки формируются практически те же фазы, что и на образце с нанесенной окисленной медной пленкой 6,5 мкм, однако толщина слоёв намного больше (рисунок 3).



Образец 1. Без применения пленки меди. Образец 2. С применением пленки меди толщиной – 6,5 мкм.

Рисунок 3 – Сравнение микроструктур образцов стали 08Ю после азотирования с применением каталитической пленки окисленной меди толщиной 6,5 мкм (образец 2) и без неё (образец 1).

Нитридный слой образца, с нанесенной перед азотированием окисленной пленки меди толщиной 6,5 мкм, по сравнению с образцом без её нанесения более чем в 7 раз больше. Общий диффузионный слой образца 2 более чем в 2 раза больше общего азотированного слоя образца 1.

Данный каталитический эффект окисленной пленки меди на процесс азотирования объясняется, тем, что работа выхода электронов из окисла меди намного меньше работы выхода электронов из чистой поверхности стали. Это означает, что из окисла меди количество вылетевших свободных электронов будет намного больше чем из поверхности стали. А именно эти вылетевшие свободные электроны способствуют диссоциации аммиака с

выделением атомов азота, которые в дальнейшем и насыщают поверхность стали, формируя различные упрочненные слои. Чем больше электронов вылетело, тем более активно пойдет реакция диссоциации аммиака, значит тем больше образующихся атом азота, абсорбируется, а затем и диффузионно проникнет в сталь.

Эксперименты с варьированием толщины предварительно перед процессом азотирования наносимой окисленной пленки меди показали, что кинетика роста азотированного слоя (его строение и фазовый состав) напрямую зависят от толщины пленки. Графически данная зависимость показана на рисунке 4.

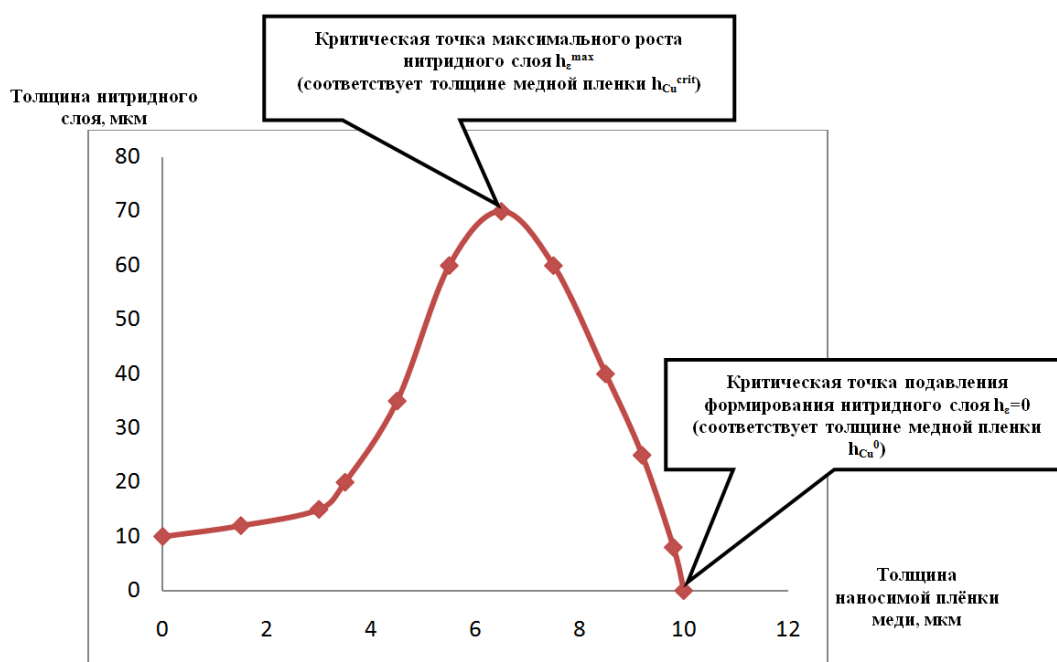


Рисунок 4 - Зависимость толщины нитридного слоя в стали 08Ю после азотирования от толщины предварительно наносимой медной пленки.

Как показало исследование увеличение толщины окисленной медной пленки до некоторого критического значения h_{Cu}^{crit} приводит к увеличению, как нитридной зоны, так и зоны внутреннего азотирования стали (зоны твердого раствора азота в $Fe_\alpha + \gamma'$ (Fe_4N)). Свойства окисленной пленки на процесс азотирования носят здесь каталитический характер. При увеличении толщины медной пленки более h_{Cu}^{crit} происходит затухание каталитического эффекта окисленной пленки на рост нитридной зоны и свойства пленки носят уже барьерный характер (препятствуют диффузии атомов азота в сталь). При достижении толщины пленки до значения h_{Cu}^0 рост нитридной зоны в стали полностью подавляется, однако зона внутреннего азотирования остается достаточно протяженной. Дальнейшее увеличение толщины окисленной медной пленки приводит к полному подавлению диффузии атомов азота в сталь. Свойства окисленной пленки при

этих значениях толщины носит ингибиторный (защитный) характер. Такие различия в характере влияния на азотирование окисленной пленки в зависимости от её толщины объясняется степенью окисленности пленки. Для того, чтобы пленка могла пропускать через себя атомы азота она должна быть проницаемой (пористой). Такое строение пленки обеспечивает её окисление. Чем больше толщина медной пленки, предварительно осажденной на поверхности стали, тем сложнее достичь её полного окисления. При большой толщине пленки её нижний слой остается недоокисленным, что и препятствует диффузии азота через неё к поверхности стали.

Исследование с осаждением меди из газовой среды хлорида меди ($CuCl_2$) на коррозионностойкую сталь 20X13 также выявили каталитический эффект осажденной меди на процесс азотирования (рисунок 5).

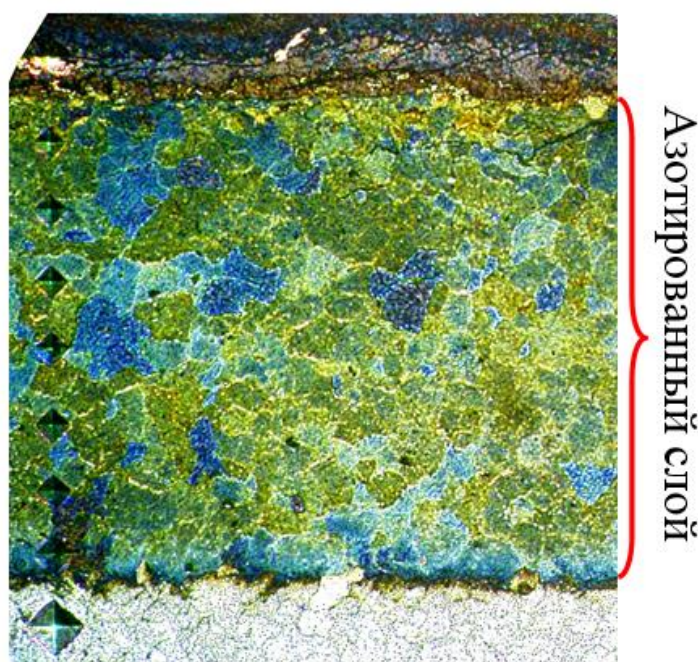


Рисунок 5 – Микроструктура образца стали 20X13 после азотирования с применением каталитической пленки окисленной меди, осажденной из газовой среды водного раствора хлорида меди

Слой меди здесь контролировался временем продувки $CuCl_2$, пары которого далее поступают в печь азотирования и осаждают медь на поверхности образца стали 20X13. Полученный в процессе азотирования упрочненный слой на образце стали 20X13, с предварительным осаждением меди из водного раствора хлорида меди, более чем в два больше, чем слой, полученный после азотирования образца без её осаждения. Можно предположить, что толщина осаждаемой медной пленки на данной стали также будет менять свои свойства (каталитические, барьерные, ингибиторные (защитные)) в зависимости от толщины.

Заключение

Выявлено влияние предварительной металлизации поверхности стали медью на дальнейший процесс низкотемпературного азотирования. Так, показан каталитический эффект металлизации на

азотирование. Полученный нитридный слой образца стали 08Ю с нанесенной перед азотированием окисленной пленки меди толщиной 6,5 мкм по сравнению с образцом без её нанесения более чем в 7 раз больше, а общий диффузионный слой более чем в 2 раза. Полученный азотированный слой на образце стали 20X13, с предварительным осаждением меди из паров хлорида меди, более чем в два раза больше, чем слой, полученный после азотирования образца без её осаждения. При этом установлено плавное уменьшение микротвердости по поверхности упрочненного слоя до матрицы стали, что обеспечивает отличную адгезию слоя с матрицей.

Также было установлено, что варьирование толщины окисленной пленки меди на поверхности стали влияет на процессы формирования и состав самого формирующегося азотированного слоя в по-

верхности стали. Пленка меди, полученная на поверхности стали в процессе металлизации, в зависимости от толщины, может оказывать на дальнейший процесс азотирования каталитический, барьерный или ингибиторный (защитный) эффект.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-33-00992.

Список используемых источников информации:

1. Met-all.org - Всё об обработке металла! Азотирование стали: назначение, технология и разновидности процесса [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://met-](http://met-all.org/obrabotka/himicheskaya/azotirovanie-stali-metalla-ionnoe.html)

[all.org/obrabotka/himicheskaya/azotirovanie-stali-metalla-ionnoe.html](http://met-all.org/obrabotka/himicheskaya/azotirovanie-stali-metalla-ionnoe.html).

2. Лахтин, Ю.М. Теория и технология азотирования / Ю.М. Лахтин, Я.Д. Коган, Г.И. Шпис, З. Бёмер. - М.: Металлургия, 1991. – 320с.

3. Зефирова, Н.С. Химическая энциклопедия / Н.С. Зефирова, И.Л. Кнунянц, Н.Н. Кулов. - М.: Советская энциклопедия, 1990. - т. 2. - 337с.

4. Идатен.ру Статьи обо всем. От экономики до медицины. Каталитическая химия. Курс лекций МГУ. Носители гетерогенных катализаторов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://idaten.ru/chemistry/nositeli-geterogennih-katalizatorov>.

УДК 517.93

ПРИЛОЖЕНИЯ МЕТОДА ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ГРУБОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ К НЕКОТОРЫМ НЕЛИНЕЙНЫМ СИСТЕМАМ

Оморев Роман Оморович

Доктор техн. наук, проф., г.н.с.

Института физики им. акад. Ж. Жеенбаева НАН КР,

г.Бишкек

[DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.59.28-32](https://doi.org/10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.59.28-32)

АННОТАЦИЯ

Рассматриваются основные положения метода топологической грубости динамических систем, основанного на понятии грубости по Андронову-Понтрягину. Метод позволяет исследовать грубость (робастность) и бифуркации динамических систем различной природы, в частности синергетических систем и хаоса, а также синтезировать грубые (робастные) системы управления, посредством управления грубостью. Применения метода к исследованию нелинейных систем показаны на примерах нелинейного сервомеханизма и синергетической системы (цепи) Чуа.

ABSTRACT

Basic provisions of the method of topological roughness of dynamic systems based on a concept of roughness according to Andronov-Pontryagin are considered. The method allows to investigate roughness (robustness) and bifurcations of dynamic systems of various nature, in particular synergetic systems and chaos and also to synthesize rough (robust) control systems, by means of controlling of roughness. Applications of a method to a research of nonlinear systems are shown on examples of the nonlinear servomechanism and a synergetic system (chain) Chua.

Ключевые слова: грубость и робастность динамических систем, бифуркация, синергетическая система и хаос, метод топологической грубости, особая точка, число обусловленности матриц, матричное уравнение Сильвестра.

Keywords: roughness and robustness of dynamic systems, bifurcation, synergetic system and chaos, method of topological roughness, special point, number of conditionality of matrixes, matrix equation of Sylvester.

Введение. Проблемам исследования грубости динамических систем и синтеза грубых (робастных) систем управления уделяется большое внимание в современной теории динамических систем и теории управления [2-4, 10].

В теории динамических систем существуют два различных подхода к проблеме грубости: 1) на основе понятия грубости по Пейксото или иначе «структурной устойчивости»; 2) на основе понятия грубости по Андронову – Понтрягину, когда в отличие от предыдущего требуется ϵ - близость исходной и возмущенного гомеоморфизмов [2, 3, 12].

В работе [6] на базе понятия грубости по Андронову – Понтрягину были заложены основы «метода топологической грубости», который позволяет исследовать грубость (робастность) и бифуркации

динамических систем различной природы, в частности синергетических систем, а также синтезировать грубые (робастные) системы управления [7, 8].

В данной статье рассматриваются некоторые основы «метода топологической грубости», а также приложения этого метода на примерах нелинейного сервомеханизма и синергетической системы Чуа [1, 9].

1. Основные положения метода.

В классической постановке вопросы грубости и бифуркаций были поставлены еще на заре становления топологии как нового научного направления математики великим французским ученым А.Пуанкаре, в частности термин бифуркация впервые введен им и означает дословно «раздвоение» или иначе от решений уравнений динамических систем ответвляются новые решения. Грубость динамических систем при этом определяется, как свойство

систем сохранять качественную картину разбиения фазового пространства на траектории при малом возмущении топологий, при рассмотрении близких по виду уравнений систем.

В современной терминологии «бифуркация» употребляется как название любого скачкообразного изменения, происходящего при плавном изменении параметров в любой системе. Таким образом, бифуркация означает переход между пространствами грубых систем. Переход между грубыми системами осуществляется через негрубые области (пространства).

Многие основополагающие результаты в теории грубости и бифуркации получены А.А.Андроновым и его школой [2, 3].

В работе [2] впервые дано понятие грубости и сформулированы качественные критерии грубости, которое впоследствии, названо понятием грубости по Андронову-Понтрягину [3].

В многомерной постановке рассматривается динамическая система (ДС) n -го порядка

$$\dot{z}(t) = F(z(t)), \quad (1)$$

где $z(t) \in R^n$ - вектор фазовых координат (далее обозначение времени t , если не оговорено, для краткости опускаем), $F - n$ - мерная дифференцируемая вектор- функция.

Система (1) называется топологически грубой по Андронову – Понтрягину в некоторой области G если исходная система и возмущенная система, определенная в подобласти \tilde{G} , области G :

$$\dot{\tilde{z}} = F(\tilde{z}) + f(\tilde{z}), \quad (2)$$

где $f(\tilde{z})$ – дифференцируемая малая по какой либо норме $\|\cdot\|$ n – мерная вектор-функция, являются ε – тождественными в топологическом смысле.

Системы (1) и (2) ε – тождественны, если существуют открытые области D, \tilde{D} в n – мерном фазовом пространстве также, что $D, \subset \tilde{D} \subset \tilde{G} \subset G$
 $\exists \varepsilon, \delta > 0$:

если

$$\|f(\tilde{z})\| < \delta, \quad |df_i(\tilde{z})/d\tilde{z}_j| < \delta, \quad i, j=1, n,$$

то

$$\|z\| - \|\tilde{z}\| < \varepsilon,$$

или

$$(\tilde{D}, (2)) \equiv (D, (1)), \quad (3)$$

иначе, разбиение областей \tilde{D} и D траекториями систем (2) и (1) ε – тождественны (имеют одинаковые топологические структуры с траекториями близкими до ε).

Если (3) не выполняется, то система (1) негруба по Андронову-Понтрягину.

Топологическая структура динамических систем определяется особыми траекториями и много-

образиями типа особых точек, особых линий, замкнутых траекторий, притягивающих многообразий (аттракторов).

В работе [6] на основе понятия грубости по Андронову-Понтрягину предложены основы «метода топологической грубости» на базе меры грубости в виде числа обусловленности. $C\{M\}$ – матрицы M - нормированной матрицы приведения системы к каноническому диагональному (квазидиагональному) виду в особых точках фазового пространства. Здесь же, впервые введено понятие максимальной грубости и минимальной негрубости систем, на отношениях пары δ и ε .

Определение 1. Грубая в области G система (1) называется максимально грубой на множестве топологически тождественных друг другу систем N , если величина δ – близости систем (1) и (2), приводящая к ε – тождественности, будет (для каждого $\varepsilon > 0$) максимальна.

Определение 2. Негрубая в области G система (1) называется минимально негрубой на множестве топологически тождественных друг другу систем N , если величина ε – тождественности систем (1) и (2), при которой еще выполняется условие грубости, будет (для каждого $\delta > 0$) минимальна.

Условие достижимости максимальной грубости и минимальной негрубости в окрестности особых точек фазового пространства определяется следующей теоремой, доказанной в работе [6].

Теорема 1. Для того чтобы динамическая система в окрестности гиперболической особой точки (z_0) была максимально грубой, а в окрестности негиперболической – минимально негрубой, необходимо и достаточно иметь:

$$M^* = \operatorname{argmin} C\{M\},$$

где M - матрица приведения линейной части A системы (1) в особой точке (z_0) к диагональному (квазидиагональному) базису, $C\{M\}$ - число обусловленности матрицы M .

Замечание 1. Как следует из определений 1 и 2, а также теоремы 1, существуют и минимально грубые, и максимально негрубые системы, для которых $C\{M\} = \infty$. Иначе, множество грубых и негрубых систем образуют непрерывные множества. При этом, системами с $C\{M\} = \infty$ будут системы с жордановой квазидиагональной формой матриц A .

Теоретические результаты «метода топологической грубости», полученные в работах [6-8], позволяют управлять грубостью синергетических систем, соответствующая теорема доказана в работе [6].

Метод топологической грубости также позволяет определять бифуркации динамических систем на основе критериев разработанных в работах [7,8]. Более того, метод представляет возможности прогнозирования бифуркаций, а также управления параметрами бифуркаций. В диссертационной работе [7] доказана соответствующая теорема.

Теорема 2. Для того чтобы в области G многомерной ($n > 2$) ДС при значении параметра $q = q^*$,

$q \in R^p$ возникла какая-нибудь бифуркация топологической структуры, необходимо и достаточно, чтобы:

- либо 1), в рассматриваемой области G , ДС существуют негиперболические (негрубые) особые точки (ОТ), или орбитально-неустойчивые предельные циклы (ПЦ), для которых имеет место равенство

$$C\{M(q^*)\} = \min \sum C_i \{M(q)\}, i = 1, 2, \dots, p, \quad (4)$$

где p – количество ОТ или ПЦ в области G ,

- либо 2), в области G ДС, имеются какие-либо грубые ОТ или ПЦ, для которых выполняется условие

$$C\{M(q^*)\} = \infty. \quad (5)$$

Замечание 2. Тип бифуркации зависит, во-первых, от того, какое из условий (4) или (5) выполняется, во-вторых, от того, какая особая траектория – ОТ или ПЦ, удовлетворяет этим условиям. Так, например, хаотические колебания («странные аттракторы»), возникающие из-за потери симметрии, происходят, когда условию (4) удовлетворяют ОТ, а хаотические колебания, возникающие через последовательности бифуркаций удвоения периода,

происходят в том случае, когда условию (4) отвечают ПЦ.

2. Приложения метода к некоторым нелинейным системам.

Возможности метода для исследований грубости, бифуркаций и хаоса систем были апробированы на многих примерах динамических систем, в частности, на широко известных синергетических системах различной природы, таких как системы Лоренца, Ресслера, Белоусова-Жаботинского, Хенона, «хищник-жертва» и других [7, 8, 11].

В данной работе рассмотрим применение метода топологической грубости на двух системах – нелинейном сервомеханизме рассмотренном в работе [9] и синергетической системе Чуа [1].

Нелинейный сервомеханизм. Рассматривается нелинейная кусочно-гладкая система в виде нелинейного сервомеханизма, заданная уравнениями

$$\ddot{x} + \dot{x} + \gamma x = -F(\sigma), \quad \sigma = x + T_I \dot{x}, \quad (6)$$

где $\gamma = \gamma_h R/T_s^2$, $T_I = T_s/\gamma R$ – постоянные коэффициенты, $F(\sigma)$ – обобщенная релейная функция, обусловленная зоной нечувствительности и гистерезисом (Рис. 1), σ – аргумент релейной функции.

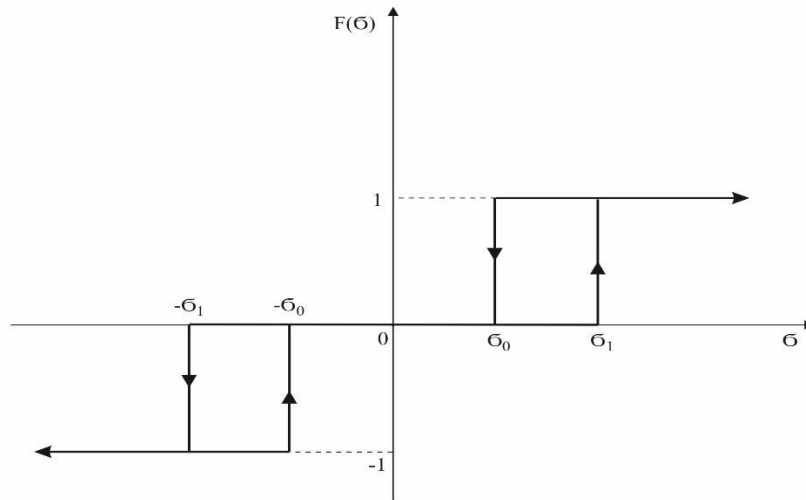


Рис. 1.

В работе [9] проведено исследование системы (6) при различных случаях первичных параметров T_s , γ_h методом многолистной фазовой плоскости и точечных преобразований [5].

Представим систему (6) в фазовой плоскости $(x, y = \dot{x})$:

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -\gamma x - y - F(\sigma), \quad \sigma = x + T_I y \quad (7)$$

В пространстве состояний (фазовых координат) система (7) представится структурой, показанной на Рис. 2.

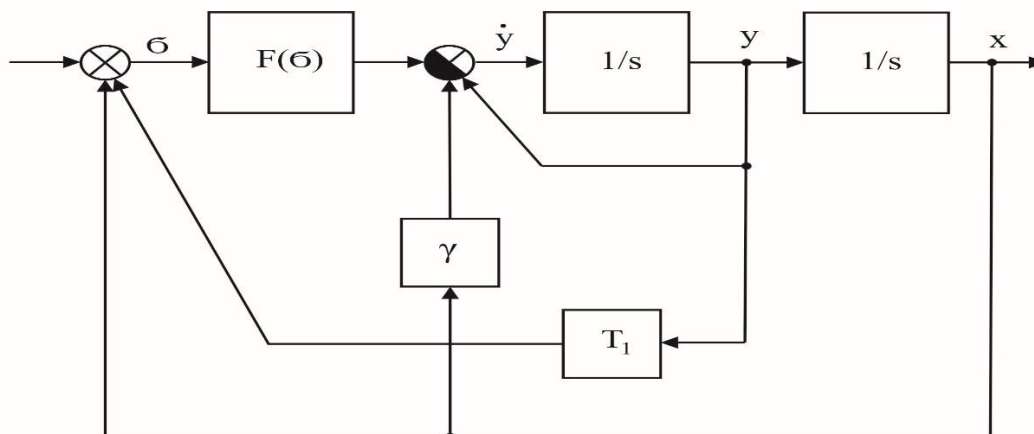


Рис. 2.

В системе (7) только одна особая точка, которая удовлетворяет соотношениям

$$y = 0, -\gamma x - F(\sigma) = 0, \text{ т.е. } x_0 = 0, y_0 = 0, \text{ ОТ}(0,0).$$

Матрица линейной части

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\gamma & -1 \end{bmatrix}.$$

Собственные значения $\lambda_{1,2} = -1/2 \pm \sqrt{1 - 4\gamma} / 2$.

Тип особой точки ОТ(0,0) определяется величиной γ .

Если корни действительные, т.е. $1 - 4\gamma \geq 0$, $\gamma \leq 1/4$, то имеем

$$C\{M\} = \frac{\sqrt{1 + (1 + \gamma)} / \sqrt{1 + (\gamma - 1)^2}}{\sqrt{1 - (1 + \gamma)} / \sqrt{1 + (\gamma - 1)^2}}$$

Отсюда $\min C\{M\}$ будем иметь при $\gamma \rightarrow 0$, а именно $C\{M\} \rightarrow 2,4$ (система стремится к максимальной грубости), а $\max C\{M\} = \infty$ будет при γ

$= 1/4$, при этом, система стремится к минимальной грубости или иначе переходит к негрубой области (неработоспособна).

Если корни комплексные, т.е. $\gamma > 1/4$, тогда $\min C\{M\} = 1,6$ будет достигнут при $\gamma = 1,5$ и система будет *максимально грубой*. Максимальное значение $C\{M\} \rightarrow \infty$ при $\gamma \rightarrow \infty$ (система стремится к *неработоспособному* негрубому состоянию).

Система (цепь) Чуа. Как известно [1], синергетическая система Чуа представляет собой электронную цепь с одним нелинейным элементом. Система Чуа описывается уравнениями:

$$\dot{x} = p(y - f(x)), \dot{y} = x - y + z, \dot{z} = -qy, \quad (8)$$

где

$$f(x) = M_1 x + 0,5(M_1 - M_0)(|x + 1| - |x - 1|)$$

При

$$p = 9, q = 14,3, M_1 = -6/7, M_0 = 5/7,$$

в системе (8) наблюдаются хаотические колебания (хаос).

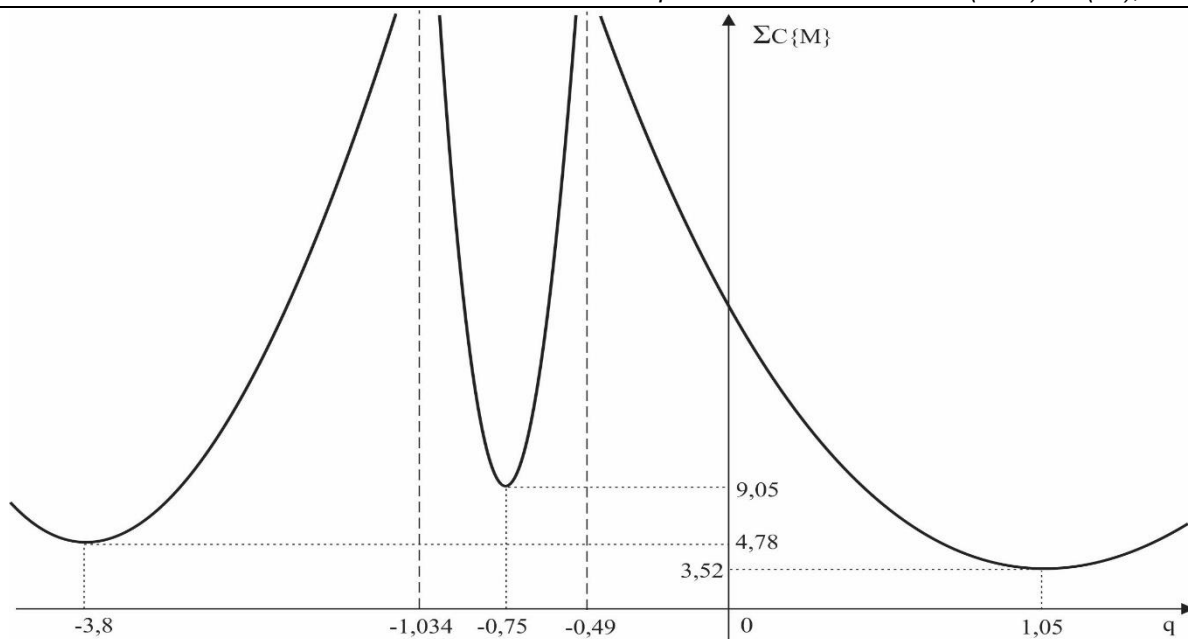


Рис. 3. Зависимость $C\{M\}$ от параметра q в системе Чуа.

В данном случае, приравнявая правые части уравнений в (8) получаем три особые точки (ОТ): $ОТ_1(0,0,0)$; $ОТ_{2,3}(\pm 11/6, 0, 11/6)$.

Вычисления меры грубости $C\{M\}$ при вариациях параметра q в системе (8) установлены, что хаотические движения в соответствии с (5) обнаруживаются при значениях $q: -1,034 < q < -0,49$, а при $q = -3,8$ и $q = 1,05$ наблюдается максимальная грубость движений в системе (8), что показано на Рис. 3.

Заключение. В работе рассмотрены основные положения метода топологической грубости систем, разработанной автором данной работы. Дана библиография основных публикаций автора, в которых получены фундаментальные результаты в области теории грубости и бифуркаций динамических систем в целом и синергетических систем в частности. Приложения метода к синергетическим системам и хаосу использованы для исследований многих систем, таких как аттракторы Лоренца и Ресслера, систем Белоусова-Жаботинского, Чуа, «хищник-жертва», Хенона, бифуркации Хопфа и др. [7, 8]. В данной работе рассмотрены примеры использования метода к нелинейным системам – нелинейному сервомеханизму и синергетической системе Чуа.

Список литературы

1. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Управление хаосом: Методы и приложения. I. Методы // Автоматика и телемеханика. 2003, № 5. С. 3-45.
2. Андронов, А.А., Понтрягин, Л.С. Грубые системы // Докл. АН СССР. - 1937. Т.14, - № 5. - С. 247 - 250.
3. Аносов, Д.В. Грубые системы // Топология, обыкновенные

дифференциальные уравнения, динамические системы: Сборник обзорных статей. 2. К 50-летию института (Труды МИАН СССР.Т.169). М.: Наука, 1985. - С. 59 - 93.

4. Джури, Э.И. Робастность дискретных систем // Автоматика и телемеханика. 1990. - №5. - С. 3 - 28.
5. Неймарк Ю.И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1972. - 471 с.
6. Оморов, Р.О. Максимальная грубость динамических систем // Автоматика и телемеханика. 1991. № 8. С. 36 - 45.
7. Оморов, Р.О. Количественные меры грубости динамических систем и их приложения к системам управления: Автореферат диссертации доктора технических наук. СПб.: Санкт-Петербургский институт точной механики и оптики, 1993. - 38 с.
8. Оморов, Р.О. Синергетические системы: Проблемы грубости, бифуркаций и катастроф // Наука и новые технологии. 1997. № 2. С. 26 - 36.
9. Петров В.В., Гордеев А.А. Нелинейные сервомеханизмы. М.: Машиностроение, 1979. - 471 с.
10. Поляк, Б.Т., Цыпкин, Я.З. Робастная устойчивость линейных систем // Итоги науки и техники. Сер. Техническая кибернетика. Т. 32. М.: ВИНТИ, 1991. С. 3 - 31.
11. Хакен, Г. Синергетика: иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Пер. с англ. М.: Мир, 1985. - 423 с.
12. Peixoto, M.M. On structural stability // Ann. Math. - 1959. Vol. 69, N 1. P. 199 - 222.

**СРАВНЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА ДЕТАЛИ «ГАЙКА»**

Пинегин Игнат Романович

студент гр. НМТ-452514

ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

Кафедра: «Металлорежущие станки и инструменты»

г. Екатеринбург, Р.Ф.

Храмов Игорь Михайлович

старший преподаватель

ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

Кафедра: «Металлорежущие станки и инструменты»

г. Екатеринбург, Р.Ф.

Пестов Константин Николаевич

старший преподаватель

ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

Кафедра: «Металлорежущие станки и инструменты»

г. Екатеринбург, Р.Ф.

АННОТАЦИЯ:

На Кафедре: «Металлорежущие станки и инструменты»

ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина» разработана компьютерная программа позволяющая оценивать экономическую эффективность технологического процесса изготовления детали в зависимости от используемого оборудования, последовательности выполнения технологических операций, затрат на инструмент...

Программа позволяет оценить эффективность технологического процесса до закупки оборудования и инструмента, до использования технологического процесса на производстве. Позволяет сравнивать между собой различные технологические процессы обработки детали, по результатам сравнения выбрать наиболее экономически эффективный технологический процесс.

Правильный выбор позволяет снизить затраты и получить экономические преимущества.

Ключевые слова: Деталь, гайка, технологический процесс, станок, экономическая эффективность.

Введение:

В процессе выбора порядка и методологии обработки детали часто возникает вопрос, связанный с тем, какое конкретно оборудование назначить на обработку той или иной поверхности. Предприятия, обладающие необходимой технологической базой, исходят из наличия у них того или иного оборудования, но когда одна и та же поверхность может быть обработана разными станками и разным инструментом, окончательный выбор зависит от экономической эффективности того или иного технологического процесса.

Исследование:

В данной работе проводился анализ четырёх технологических процессов для обработки детали – «Гайка».

• **Вариант 1**

1) Отрезать на ленточнопильном станке

2) Сверлить, точить фаски на токарном станке

с ЧПУ

3) Нарезать резьбу на сверлильном станке

• **Вариант 2**

1) Отрезать на ленточнопильном станке

2) Сверлить, точить фаски, нарезать резьбу на

токарном станке с ЧПУ

• **Вариант 3**

1) Отрезать, сверлить, точить фаски, нарезать резьбу на токарном с ЧПУ

• **Вариант 4**

1) Получение заготовки под гайку – КГШП (кривошипный горячештамповочный пресс)

2) Сверлить, нарезать резьбу на сверлильном станке.

При сравнении данных техпроцессов производилась прямая калькуляция времени изготовления детали. Для этого подсчитывались следующие показатели:

T1 – штучное время

ЭЭ – затраты на электроэнергию оборудования

ЗП – заработная плата рабочих (в пересчёте на единицу изделия)

М – затраты на материалы

ЗПвс – зарплата вспомогательного персонала (для упрощения подсчитывается как 12% от ЗП)

Аоб – амортизация оборудования

Ато – амортизация технологической оснастки (для упрощения – 15% Аоб)

Ро – затраты на ремонт оборудования

И – затраты на инструмент

Режимы резания рассчитываются с учётом материала заготовки и применяемого металлорежущего инструмента.

С учётом всех факторов были получены следующие результаты расчёта себестоимости:

Самая низкая себестоимость – вариант 4;

Самая высокая себестоимость – вариант 2.

Для расчёта основных экономических показателей требуется установить цену, назначаемую предприятием. Как правило, цена на изделия, ана-

логи которым имеются на рынке, диктуется установленной рыночной ценой и объемом спроса, и себестоимостью изготовления изделия на предприятии. Для получения прибыли цена изделия должна быть выше себестоимости.

Сравнение производится по следующим показателям: сравнение себестоимости партии, приведенных затрат, абсолютной экономической эффективности и срока производства партии.

Себестоимость партии рассчитывается путем умножения себестоимости изготовления одной детали на размер партии. Наиболее экономически выгодным считается изделие с наименьшей себестоимостью изготовления.

Формула расчёта приведенных затрат:

$$W_i = C_i + 0,12 * K_i$$

Где C_i – себестоимость партии в i -ом технологическом процессе

0,12 – коэффициент нормирования для машиностроения

K_i – капитальные вложения на осуществление i -того технологического процесса. Под капитальными вложениями понимается стоимость покупки инструмента, необходимого для производства всей партии деталей. Наиболее экономически выгодным считается изделие с наименьшими приведенными затратами.

Формула расчёта абсолютной экономической эффективности:

$$\varepsilon_i = \frac{C_i - C_i}{K_i}$$

Где C_i – себестоимость партии в i -ом технологическом процессе

C_i – цена партии деталей, назначенная предприятием

K_i – капитальные вложения на осуществление i -того технологического процесса.

Наиболее выгодным производством считается производство с наибольшей экономической эффективностью.

Тип движения деталей на производстве был принят параллельно-последовательный, поэтому срок производства партии рассчитывался исходя из наибольшего машинного времени, умноженного на размер партии с учётом поправочного коэффициента - 1,3. Наиболее эффективным считается изделие с наименьшим сроком производства партии.

По результатам расчётов были получены следующие результаты:

Себестоимость:

$$4 < 1 < 3 < 2$$

Приведённые затраты:

$$4 < 1 < 3 < 2$$

Абсолютная экономическая эффективность:

$$2 < 3 < 1 < 4$$

Срок производства:

$$1 < 4 < 2 < 3.$$

Заключение:

По результатам сравнения наиболее экономически выгодным может считаться процесс изготовления детали «Гайка» по варианту номер 4: Заготовка под гайку изготавливается на КГШП, сверление, нарезание резьбы производится на сверлильном станке.

Самым быстрым же с точки зрения изготовления требуемой партии является процесс изготовления детали «Гайка» по варианту номер 1: отрезание производится на ленточнопильном станке, сверление, точение фаски производится на токарном станке с ЧПУ, нарезание резьбы производится на сверлильном станке. Данный технологический процесс быстрее технологического процесса под номером 4 благодаря разделению операций между станками. В технологическом процессе под номером 4 сверление и нарезание резьбы производится на одном и том же оборудовании, в то время как в технологическом процессе 1 эти операции производятся на разных станках - параллельно-последовательная обработка, что ведёт к снижению общего времени изготовления детали.

Список литературы:

1. Жданович Э.Ф. Инвестиции: эффективность решений / Э.Ф. Жданович. Екатеринбург: УГТУ, 1999. 75 с.
2. Методические указания по экономическому обоснованию технических и организационных решений в дипломных проектах для студентов очного и заочного обучения спец. 05.01 / сост. Н.И. Третьников. Свердловск: изд. УПИ им. С.М. Кирова, 1975. 105 с.
3. Расчёты экономической эффективности новой техники: справочник / под общ. ред. К.М. Великанова. 2-е изд., перераб. и доп. Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1990. 448 с.
4. Шарина В.А. Определение экономической эффективности станков с ЧПУ: учеб. пособие / В.А. Шарина, В.П. Радукин, Т.Ю. Поморцева. Свердловск: изд. УПИ им. С.М. Кирова, 1983. 80 с.

АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ШРИФТОВ ПРИ РОСТЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ СИМВОЛОВ СРЕДСТВАМИ ОТОБРАЖЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ**Горячкин Б.С.***кандидат технических наук, доцент;**Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,***Сабиров А.А.***магистр второго года обучения,**Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,***ANALYSIS OF THE OPTIMAL FONTS WITH THE GROWTH INDICATORS OF THE QUALITY OF THE REPRODUCTION OF CHARACTERS BY MEANS OF DISPLAY INFORMATION****Goryachkin B.S.***candidate of technical Sciences, associate Professor,**Moscow State Technical University names Bauman,***Sabirov A. A.***master of the second year, Moscow State Technical University. names Bauman,***АННОТАЦИЯ**

Проблема устойчивого и эффективного восприятия больших объемов текстовой информации актуальна ни один десяток лет. Постоянное улучшение характеристик видеотерминальных устройств, в частности, высокое разрешение дисплея и соответственно повышенная плотность точек на дюйм, заставляет к этому вопросу возвращаться вновь и вновь.

Статья посвящена вопросам увеличения производительности чтения на основе оценки и выбора оптимального шрифта, используя в качестве критерия коэффициент оптимальности. Также затронут вопрос улучшения качества восприятия текстовой информации в зависимости от технических показателей матрицы средства отображения при использовании движков рендеринга.

ANNOTATION

The problem of sustainable and effective perception of large amounts of text information is relevant for decades. A continuous improvement of characteristics VideoTerminal devices, in particular, high-resolution display and, accordingly, the increased density of dots per inch, makes this question to come back again and again.

The article is devoted to the issues of increasing the reading performance based on the evaluation and selection of the optimal font, using as a criterion the coefficient of optimality. The issue of improving the quality of perception of text information depending on the technical indicators of the matrix of the display tool when using rendering engines is also touched upon.

Ключевые слова. Шрифт, символы, разрешение, матрица, средства отображения, пиксель, сглаживание, PPI, DPI, коэффициент оптимальности.

Key words. Font, symbols, resolution, matrix, display tools, pixel, smoothing, PPI, DPI, optimality factor.

Введение

Стабильный рост технических показателей средств отображения заставляют пересмотреть ряд устоявшихся шрифтов, используемых для отрисовки символов текста в приложениях на разных платформах. В особенности стоит отметить набирающий популярность термин HiDPI, обозначающий высокое разрешение матрицы и соответственно повышенную плотность точек на дюйм. Данный факт напрямую влияет на рендеринг символов.

К сожалению, для решения задачи выбора оптимальных шрифтов не обойтись без доли исследований на основе эмпирического подхода, т.к. на отображение даже одного малого символа влияют – форма символа, размер символа, разрешение матрицы, порядок субпикселей (чаще всего RGB), операционная система, библиотеки рендеринга 2D графики, специализирующиеся библиотеки рендеринга шрифтов. Соответственно для отображения

текста на любом современном устройстве – конкретный шрифт и каждый его символ проходит целый ряд преобразований [13].

Такие характеристики как набор символов, формы символов, а так же инструкции по их отображению по факту и определяют конкретный шрифт.

Отличительными характеристиками шрифта являются:

- Форма символа
- Верхний выносной элемент (ascender)
- Нижний выносной элемент (descender)
- Высота строки (line height)
- Базовая линия (baseline)

Значение каждой характеристики, определяющих отображение набора символов определены на рис.1.



Рис.1. Значение входных характеристик, определяющих отображение набора символов

Системный анализ шрифтов на основе эмпирического подхода

За последние 20 лет было проведено множество исследований [1-10] по выбору оптимального шрифта для чтения и усвоения информации на основе эмпирических методов, посредством отбора

участников и замера таких показателей как: скорость чтения, уровень восприятия, концентрация, утомляемость и т.д. В табл. 1 указаны рассматриваемые шрифты и результаты исследований.

Таблица 1. Шрифты и результаты исследований.

Исследование	Объекты исследования	Методика	Показатели	Результат
Gregor Franken, 2014 [10]	Georgia, Verdana	50 участников. Каждый участник читал 50 различных текстов, каждый из которых отличался кол-вом слов, шрифтов и размером шрифта. Во время чтения с испытуемого снимались показатели с помощью устройства слежения за глазами Tobii X120 и ПО Tobii Studio 3.1.3.	Скорость чтения. Общее время концентрации испытуемого во время чтения. Количество интервалов повышенной концентрации во время чтения. Время концентрации на интервале. Частота движения глаз.	Verdana
Hill and Scharff, 1997 [1]	Arial, Courier New, and Times New Roman	43 участника, 180 тестов для каждого. Каждый тест заключается в чтении и поиске слова в тексте, означающего фигуру и поиск графического изображения этой фигуры в отдельном окне.	Время реакции на каждый тест и общее время выполнения всех тестов.	Times New Roman
Boyarski, Neuwirth, Forlizzi, and Regli, 1998 [2]	Georgia, Times new Roman, Verdana	26 участников (13 женщин и мужчин). 8 итераций чтения текстов с поиском слов не подходящих по смыслу, например слово "cake" было заменено на "fake" с последующей итерацией ответов на вопросы по смыслу текста.	Оценка правильных ответов на вопросы. Оценка шрифтов участниками по 4 показателям: распознаваемость, простота чтения, резкость (точность) текста, личное предпочтение (привлекательность) шрифта	Georgia, Verdana
Bernard and Mills, 2000 [3]	Arial, and Times New Roman	35 участников, 4 итерации, аналогичный подход как и в исследовании 1998 г., чтение текста и поиск подставных слов. Отличительное	Оценка скорости чтения. Оценка шрифтов участниками по 4 показателям: распознаваемость, простота	Arial

		условие – при обнаружении подставное слово проговаривалось вслух.	чтения, резкость (точность) текста, личное предпочтение (привлекательность) шрифта	
Bernard, Liao, and Mills, 2001 [4]	Arial, Verdana, Georgia, Times New Roman	27 участников, 8 итераций, аналогичный подход как и в исследовании 1998 г. К тесту добавлен шрифт Arial.	Оценка скорости чтения. Оценка шрифтов участниками по 4 показателям: распознаваемость, простота чтения, резкость (точность) текста, личное предпочтение (привлекательность) шрифта	Arial, Verdana
Bernard, Lida, Riley, and Janzen, 2002 [5]	Verdana, Arial, Times New Roman and Courier New	60 участников (33 из которых носили очки), подход аналогичен исследованию 2001 года. В исследовании были добавлены условия разного размера шрифта.	Оценка скорости чтения. Оценка шрифтов участниками по 4 показателям: распознаваемость, простота чтения, резкость (точность) текста, личное предпочтение (привлекательность) шрифта. Оценка показателей исследования в зависимости от размера шрифта.	Verdana
Sheedy et al., 2005 [9]	Arial, Georgia, Times New Roman, Verdana	30 участников, на столе перед участником располагались 3 источника текста: LCD монитор, CRT и печатная копия (300 dpi). Каждый источник равноудалён и расположен под одинаковым углом наклона. Испытуемый распознаёт символы и слова текста в нижнем и верхнем регистре с наименьшим размером шрифта для каждого из вариантов.	Оценка распознавания текста с наименьшим возможным размером шрифта в 4 вариантах: символы в нижнем и верхнем регистре, слова в нижнем и верхнем регистре.	Verdana
Li and Suen, 2010	15 шрифтов, включая Times New Roman, Arial	75 участников, вопросник из 27 тривиальных вопросов. Испытуемые были предупреждены о необходимости оценки каждого из шрифтов по 10-бальной шкале и уделяли второстепенное внимание правильным ответам.	Оценка скорости прохождения полного курса теста. Оценка распознаваемости испытуемым каждого шрифта по 10-бальной шкале.	Times New Roman
Ali, Wahid, Samsudin, and Idris, 2013 [8]	Georgia, Verdana, Times New Roman, Arial	48 участников разделены на 2 группы. Группы читали по 2 блока текста со сложной смысловой и грамматической нагрузкой. Группы отличались чтением текста с источников разного качества. Блоки текста разбивались на serif и sans-serif семейства шрифтов.	Оценка скорости чтения. Оценка усвояемости и смысловой нагрузки текста.	Georgia, Verdana
Hojjati and Muniandy, 2014 [7]	Times New Roman, and Verdana	30 участников, каждый из которых читал 4 блока текста в 1 итерацию. Каждый блок текста содержал шрифты из разных семейств sans-serif, serif.	Оценка скорости чтения. Оценка распознаваемости шрифтов участниками по 6-бальной шкале.	Verdana

На основе вышеуказанных исследований и результатов можно создать выборку наиболее целесообразных кандидатов:

Arial, Georgia, Times New Roman, Verdana

В исследовании [10], которое включает так же определение оптимального шрифта из Georgia и Verdana, указана зависимость между скоростью чтения, размером шрифта и длительностью концентрации (указаны на рис. 2 и 3).

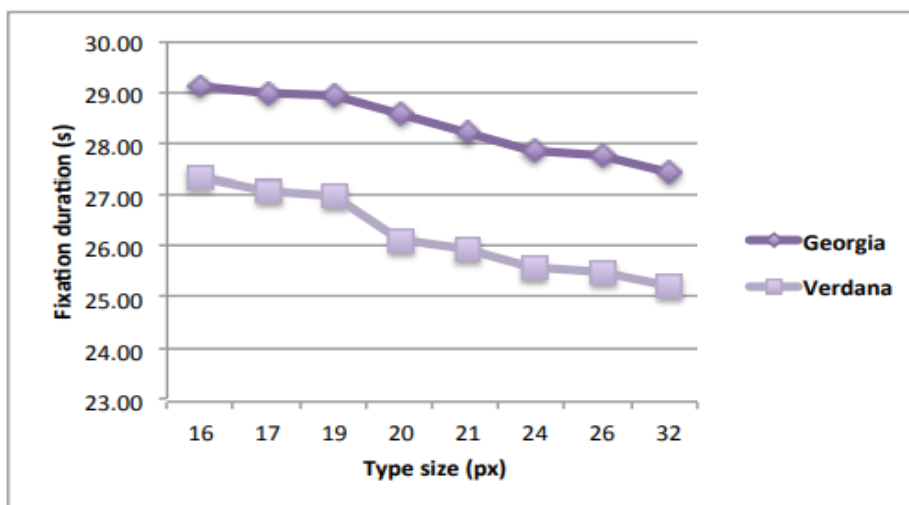


Рис. 2 Зависимость длительности концентрации от размера шрифта и семейства.

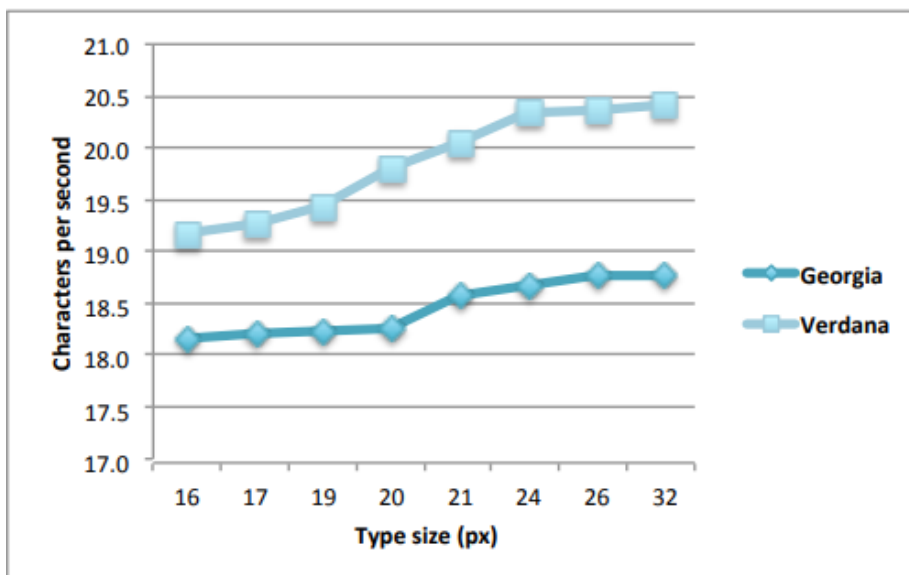


Рис. 3 Зависимость скорости чтения от размера шрифта и семейства.

Исследование проводилось на LCD мониторе 24 дюйма с разрешением 1920x1080 (FullHD). По результатам исследования – оптимальным размером шрифта является 12pt (16px), что подтверждает рекомендации стандарта ISO 12646 : 2008. PPI для данного монитора равен:

$$PPI = \frac{\sqrt{1920^2 + 1080^2}}{24} = 91,787798753 \quad (1)$$

В институте POLISAS (Politeknik Sultan Haji Ahmad Shah) было проведено масштабное исследование [11], в котором участвовали более 100 студентов в возрасте от 18 до 32 лет. Тестирование состояло из трёх этапов:

1. Поиск ошибок в тексте на время, что выявляло скорость чтения испытуемого и одновременно его концентрацию. Испытание проводилось итеративно, на каждой новой итерации выбирался иной шрифт. Цикл итераций проводился дважды на разных мониторах.

2. Испытуемый оценивал каждую из итераций и выносил вердикт предпочитаемого шрифта по 5-бальной шкале.

3. Испытуемый выбирал наименьший распознаваемый размер шрифта, достаточный для прохождения этапа 1.

Характеристики мониторов приведены в табл.

Таблица 2. Характеристики мониторов.

#	Разрешение по ширине	Разрешение по высоте	Диагональ	PPI
1	1920	1080	24	91.787798
2	1280	1024	24	68.298937

В дополнение к ранее определенным шрифтам, указанным на этапе 2 в этом испытании добавили популярные шрифты из других семейств Courier и Calibri.

Таблица 3. Результаты испытаний этапа 1.

PPI	Шрифт	Среднее значение успеха в %	Стандартное отклонение
68.3	Times New Roman	73.84	±15.6
	Courier	66.67	±15.681
	Georgia	70.77	±21.640
	Arial	83.27	±14.574
	Verdana	79.29	±16.682
	Calibri	85.12	±17.476
91.8	Times New Roman	72.41	±13.305
	Courier	70.95	±15.603
	Georgia	80.05	±13.706
	Arial	85.81	±13.979
	Verdana	87.72	±13.644
	Calibri	93.86	±12.119

Таблица 4. Результаты оценки шрифтов после прохождения этапа 1.

PPI	Шрифт	Среднее значение оценки	Стандартное отклонение
68.3	Times New Roman	2.66	±0.853
	Courier	2.82	±0.769
	Georgia	2.85	±0.681
	Arial	2.85	±0.800
	Verdana	3.05	±0.654
	Calibri	2.70	±0.789
	Шрифт	Среднее значение оценки	Стандартное отклонение
91.8	Times New Roman	2.76	±0.633
	Courier	2.84	±0.632
	Georgia	3.03	±0.535
	Arial	2.97	±0.602
	Verdana	3.01	±0.617
	Calibri	3.03	±0.476

Показатель оптимальности шрифта учитывает не только скорость прохождения теста испытуемым, но и качество восприятия, то есть конкретное предпочтение испытуемого [12].

На примере шрифта Times New Roman мы наблюдаем уменьшение процента успеха при увеличении PPI, но в то же время оценка предпочтений испытуемых – выше. Снижение показателей производительности чтения при увеличении показателя PPI – есть ни что иное, как погрешность, нивелировать которую возможно с помощью оценки предпочтения испытуемого (далее используемой как коэффициент в оценке оптимальности). Применим оценку шрифта испытуемыми как коэффициент оптимальности для сравнения прогнозируемых значений оптимальности:

$$F = S * C \quad (2),$$

где S – оценка процента успеха,
C - коэффициент в оценке оптимальности
Воспользуемся линейной интерполяцией для двух точек

$$G_f = (F_1 - F_0) / (PPI_1 - PPI_0) \quad (3)$$

Чем выше значение результата линейной интерполяции – тем большее влияние PPI имеет на показатель оптимальности шрифта.



Рис. 5 Представление размытых областей

Соответственно, чем выше PPI – тем меньший набор пикселей необходимо сглаживать для более чёткого отображения, тем меньшее кол-во субпикселей имеет значение байта в интервале от $0 < \text{subpix_byte} < 255$.

Стоит отметить, что bitmap представленный на рис.5 является инвертированным. Если в классическом RGB чёрный цвет представляет $\text{rgb}(0, 0, 0)$, а тёмно-серый $\text{rgb}(50, 50, 50)$, то для анализа соотношения по инвертированной карте мы понимаем чёрный как $\text{rgb}(255, 255, 255)$ и тёмно-серый, как $\text{rgb}(200, 200, 200)$.

Для подсчёта соотношения субпикселей, имеющих тон светлее чёрного ($0 < \text{subpix_byte} < 255$, образованных в результате применения

субпиксельного сглаживания) и субпикселей имеющих явный чёрный тон 255 был написан скрипт на языке Python. Скрипт производил рендеринг каждого символа во всех представленных шрифтах с помощью библиотеки `libfreetype`, конвертировал символ в bitmap представление и считал соотношение сглаживаемых и “родных” субпикселей, представляющих форму символа. Итог обработки каждого шрифта – суммарное соотношение по всем символам шрифта. Чем выше значение соотношения – тем меньшее кол-во субпикселей подвергались необходимости сглаживания. Всего было проведено 2 итерации с разными значениями PPI. Результаты – в табл. 7

Таблица 7. Результаты расчёта соотношения субпикселей разного оттенка

	Times New Roman	Courier	Arial	Georgia	Verdana	Calibri
ppi 163	4.45381526	5.87595945	6.44800000	5.15716066	6.36855458	5.97269319
ppi 72	1.94071385	2.32031250	2.66815742	2.21109570	2.62736933	2.27625612
Delta	2.51310141	3.55564695	3.77984258	2.94606496	3.74118525	3.69643706

Проведём группировку шрифтов по семейству (табл. 8).

Таблица 8. Группировка по семейству

Шрифт	Показатель оптимальности	Семейство
Times New Roman	2.51310141	Serif
Calibri	3.69643706	Sans-Serif
Courier	3.55564695	Slab-Serif
Arial	3.77984258	Sans-Serif
Georgia	2.94606496	Serif
Verdana	3.74118525	Sans-Serif

Выводы

По результатам системного анализа шрифтов, включающего данные по ранее проведённым испытаниям с участием суммарно более 420 участников и последующего прогнозирования показателей с результативной оценкой оптимальности, выявлено – наибольшую дельту – то есть зависимость от PPI (и соответственно меньшее кол-во областей символа, требующих сглаживания, из которого следует лучшее качество отображения) имеют 3 шрифта Calibri, Arial и Verdana.

Применив методы алгоритмизации и программирования, удалось выявить влияние увеличения значения PPI на качество воспроизведения символов и соответственно их распознаваемость, лидерами среди которых оказались шрифты семейства Sans-Serif.

При сравнении результатов исследований на основе эмпирического подхода и выявления зависимости от применения алгоритмов сглаживания – выявлено аналогичное превосходство шрифтов семейства Sans-Serif (Calibri, Arial, Verdana), которые

имеют наиболее высокое влияние от увеличения значения PPI

Литература

- Hill, A., & Scharff, L. V. (1997). Readability of websites with various foreground/background color combinations, font types and word styles. <http://www.mmeissner.de/AHNCUR.html> (Дата обращения 10.12, 2018)
- Boyarski, D., Neuwirth, C., Forlizzi, J., & Regli, S. H. (1998). A study of fonts designed for screen display (pp. 87–94).
- Bernard, M., & Mills, M. (2000, July 8). So, What Size and Type of Font Should I Use on My Website? International Computer & Instructional Technologies Symposium. <http://usabilitynews.org/so-what-size-and-type-of-font-should-i-use-on-my-website/> (Дата обращения 10.12.2018)
- Bernard, M., Liao, C. H., & Mills, M. (2001). The effects of font type and size on the legibility and reading time of online text by older adults (p. 175). Presented at the CHI '01 extended abstracts, New York, USA: ACM Press.

5. Bernard, M., Lida, B., Riley, S., & Janzen, K. (2002, January 10). A Comparison of Popular Online Fonts: Which Size and Type Is Best? International Computer & Instructional Technologies Symposium. <http://usabilitynews.org/a-comparison-of-popular-online-fonts-which-size-and-type-is-best/> (Дата обращения 10.12.2018)
 6. Bernard, M. (2003). Criteria for optimal web design (designing for usability). Software Usability Research Laboratory. http://uwf.edu/ddawson/d3net/documents/web_usability/optimal%20web%20design.pdf (Дата обращения 10.12.2018)
 7. Hojjati, N., & Muniandy, B. (2014, April). The Effects of Font Type and Spacing of Text for Online Readability and Performance. Contemporary Educational Technology. <http://www.cedtech.net/articles/52/525.pdf> (Дата обращения 10.12.2018)
 8. Ali, A. Z. M., Wahid, R., Samsudin, K., & Idris, M. Z. (2013). Reading on the Computer Screen: Does Font Type has Effects on Web Text Readability? International Education Studies, 6(3).
 9. Sheedy, J. E., Subbaram, M. V., Zimmerman, A. B., & Hayes, J. R. (2005). Text Legibility and the Letter Superiority Effect. Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society, 47(4), 797–815.
 10. Gregor Franken, University of Ljubljana, Eye-tracking Study of Reading Speed from LCD Displays: Influence of Type Style and Type Size <https://pdfs.semanticscholar.org/1c8b/28add30b7e505073d380bf94d2bf06bda380.pdf> (Дата обращения 10.12.2018).
 11. Ahmad Affendi Hashim1 and Mazlina Abdul Majid, EFFECTS OF VIDEO DISPLAY TERMINAL RESOLUTIONS TO THE LEGIBILITY OF TEXT ON A WEB PAGE http://ijsecs.ump.edu.my/images/archive/vol1/11Affendi_IJSECS.pdf (Дата обращения 10.12.2018).
 12. Горячкин Б.С. Шкала для оценки эргономичности способов отображения информации // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана 2014. – № 5 <http://technomag.bmstu.ru/doc/711864.html> (Дата обращения 15.08.2016). DOI: 10.7463/0514.0711864.
 13. Горячкин Б. С., Яроц Е. В. Метод для определения эргономичности текстовых редакторов// Инженерный вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журнал. Режим доступа: <http://engbul.bmstu.ru/doc/747487.html> (дата обращения 20.11.2015).
 14. Соломыков В.С. Применение алгоритмов сглаживания к шрифтам формата TrueType // Вестник Московского государственного университета печати, 2012. № 6, Стр. 75-79.
- Literature**
1. Hill, A., & Scharff, L. V. (1997). Readability of websites with various foreground/background color combinations, font types and word styles. <http://www.mmeissner.de/AHNCUR.html> (accessed 10.12.2018)
 2. Boyarski, D., Neuwirth, C., Forlizzi, J., & Regli, S. H. (1998). A study of fonts designed for screen display (pp. 87-94).
 3. Bernard, M., & Mills, M. (2000, July 8). So, What Size and Type of Font Should I Use on My Website? International Computer & Instructional Technologies Symposium. <http://usabilitynews.org/so-what-size-and-type-of-font-should-i-use-on-my-website/> (accessed 10.12.2018)
 4. Bernard, M., Liao, C. H., & Mills, M. (2001). The effects of font type and size on the legibility and reading time of online text by older adults (p. 175). Presented at the CHI '01 extended abstracts, New York, USA: ACM Press.
 5. Bernard, M., Lida, B., Riley, S., & Janzen, K. (2002, January 10). A Comparison of Popular Online Fonts: Which Size and Type is Best? International Computer & Instructional Technologies Symposium. <http://usabilitynews.org/a-comparison-of-popular-online-fonts-which-size-and-type-is-best/> (accessed 10.12.2018)
 6. Bernard, M. (2003). Criteria for optimal web design (designing for usability). Software Usability Research Laboratory. http://uwf.edu/ddawson/d3net/documents/web_usability/optimal%20web%20design.pdf (accessed 10.12.2018)
 7. Hojjati, N., & Muniandy, B. (2014, April). The Effects of Font Type and Spacing of Text for Online Readability and Performance. Contemporary Educational Technology. <https://goo.gl/VSk6De> (accessed 10.12.2018)
 8. Ali, A. Z. M., Wahid, R., Samsudin, K., & Idris, M. Z. (2013). Reading on the Computer Screen: Does Font Type has Effects on Web Text Readability? International Education Studies, 6 (3).
 9. Speedy, J. E., Subbaram, M. V., Zimmerman, A. B., & Hayes, J. R. (2005). Text Legibility and the Letter Superiority Effect. Human Factors: the Journal of the Human Factors and Ergonomics Society, 47(4), 797-815.
 10. Gregor Franken, University of Ljubljana, Eye-tracking Study of Reading Speed from LCD Displays: Influence of Type Style and Type Size <https://pdfs.semanticscholar.org/1c8b/28add30b7e505073d380bf94d2bf06bda380.pdf> (date of application 10.12.2018).
 11. Ahmad Affendi Hashim1 and Mazlina Abdul Majid, EFFECTS of VIDEO DISPLAY TERMINAL RESOLUTIONS TO THE LEGALITY of TEXT on A WEB PAGE http://ijsecs.ump.edu.my/images/archive/vol1/11Affendi_IJSECS.pdf (date of application 10.12.2018).
 12. Goryachkin B. S. Scale for assessing the ergonomics of information display methods // Science and education: scientific publication of MSTU. N. Eh. Bauman 2014. - № 5 <http://technomag.bmstu.ru/doc/711864.html> (accessed 15.08.2016). DOI: 10.7463 / 0514.0711864.
 13. Goryachkin B. S., Yarots E. V. Method for determining the ergonomics of text editors// Engineering Bulletin. MGTU im. N. Eh. Bauman. Electron. log. Mode of access: <http://engbul.bmstu.ru/doc/747487.html> (accessed on 20.11.2015).
 14. Solomykov V. S. Application of smoothing algorithms to fonts with TrueType fonts // Vestnik of the Moscow state University of press, 2012. No. 6, Page. 75-79.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕРМОЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ
ДЕТЕКТОРОВ ОТ ВЕЛИЧИНЫ ЛПЭ ИЗЛУЧЕНИЯ**

*Алексеев А.Г.¹,
Кiryuhin O.V.²,
Батухтина О.И.³*

¹ НИЦ Курчатовский институт –ИФВЭ, г.Протвино

² МГУ, г.Москва

³ ООО НПО «Центротех», (г.Ангарск)

[DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.59.43-47](https://doi.org/10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.59.43-47)

**STUDY OF THE DEPENDENCE OF THE CHARACTERISTICS OF THERMOLUMINESCENT
DETECTORS TO RADIATION LET**

*Alexeev A.G.¹,
Kiryuhin O.V.²,
Batuhtina O.I.³*

¹NRC «Kurchatov Institute» – IHEP, Protvino

²MSU, Moscow

³ ООО NPO “Thentroteh”, Angarsk

АННОТАЦИЯ

Проведены исследования характеристик широко используемых детекторов термолюминесцентных детекторов (ТЛД) типа ММТ-7 и ДТГ-4 к ионизирующему излучению с разной линейной потерей энергии (ЛПЭ) (протоны, ядра углерода, мягкое бета-излучение).

ABSTRACT

Characteristics of widely used thermoluminescent detectors (TLD) of MMT-7 and DTG-4 type to ionizing radiation with different linear energy loss (LET) (protons, carbon nuclei, soft beta radiation) were studied.

Ключевые слова: термолюминесцентный дозиметр, фотонное излучение, нейтроны, протоны, ионы, ЛПЭ.

Key words thermoluminescent dosimeter, photon radiation, neutrons, protons, ions, LET.

Введение

Термолюминесцентные детекторы (ТЛД) широко используются для измерения дозы различных типов ионизирующего излучения (фотонов, нейтронов, электронов, ионов). Одной из характеристик ионизирующего излучения является средняя линейная передача энергии (ЛПЭ). Фотонное (рентгеновское или гамма) излучение является стандартным, для которого известны характеристики детекторов и на котором выполняется калибровка ТЛД по величине поглощенной дозы. Для других типов ионизирующего излучения данные не всегда представлены или фрагментальны (не для всех типов ТЛД и видов излучения). Например, в представленных данных по зависимости чувствительности ТЛД от ЛПЭ для ионов [1] нет данных для широко используемых ТЛД типа ДТГ-4 (производства АФ ООО НПО «Центротех», г.Ангарск).

Тем не менее эти данные необходимы, что бы минимизировать погрешность измерений поглощенной дозы при проведении исследований в пучках заряженных частиц (протонов, легких ионов и др.).

В данной работе приведены результаты исследования некоторых характеристик двух типов ТЛД: ДТГ-4 и ММТ7, которые используются для дозиметрического сопровождения экспериментов в Центре коллективного пользования «Радиобиологическом стенде на углеродном пучке У-70».

Методика эксперимента

В данной работе использовались 2 типа термолюминесцентных детекторов, описание которых приведены в таблице 1. Для обработки ТЛД использовалась установка HARSHAW-4000 (МГУ, г.Москва), а так же на установка АКЖДК-301 (АФ ООО НПО «Центротех», г.Ангарск).

Таблица 1. Используемые в измерениях ТЛД.

Тип	описание	аналоги
ДТГ-4	монокристаллические ТЛД, производства Ангарского филиала ООО НПО «Центротех» (www.akidk.ru)	Аналог: LiF:Mg,Ti: MTS, TLD-100 RadPro International GmbH
ММТ-7	поликристаллические, производства RADCARD –Польша (LiF) (www.radcard.pl) (Разработаны специально для дозиметрии в пучках ионов с большим ЛПЭ).	LiF:Mg,Ti

В работе использовались следующие установки и источники излучения:

- Стандартная поверочная установка с радионуклидным источником ^{137}Cs УПГД-1 (НИЦ «Курчатовский институт» -ИФВЭ);
- Установка поверочная нейтронная (УКН-01) (АФ ООО НПО «Центротех», г.Ангарск) с нейтронным источником $^{239}\text{Pu-Be}$ [2];
- Протонный комплекс «ПРОМЕТЕУС» (ФТЦ ФИАН, г.Протвино) (энергия протонов от 30 до 330 МэВ) [3];
- Радиобиологическом стенде на углеродном пучке У-70 (НИЦ «Курчатовский институт» -ИФВЭ) (ионы углерода с энергией 455 МэВ/нуклон)[4];
- Радионуклидный источник бета-излучения ^{63}Ni .

В работе исследовались характеристики детекторов, которые влияют на результат измерения поглощенной дозы (на точность измерения):

- зависимость чувствительности от ЛПЭ;
- зависимость чувствительности от величины поглощенной дозы;
- потеря информации от времени хранения;
- потеря чувствительности от времени между отжигом ТЛД и временем облучения.

Для определения потерь чувствительности ДТГ-4 от времени между отжигом и временем облучения (потеря чувствительности или старение) проводилось облучение дозиметров ДВГН-01 на установках УПГД-01 и УКН-01. В состав дозиметров ДВГН-01 входят ДТГ-4-6 и ДТ-4-7 – детекторы с разным обогащением по изотопу ^6Li и ^7Li . По разности показаний этих детекторов определяется чувствительность детекторов ДТГ-4-6 к нейтронам. На рисунке 1 приведена зависимость потери чувствительности ДТГ-4 к фотонам и нейтронам от величины временного интервала между отжигом детекторов и облучением (обсчет ТЛД выполнялся сразу после облучения).

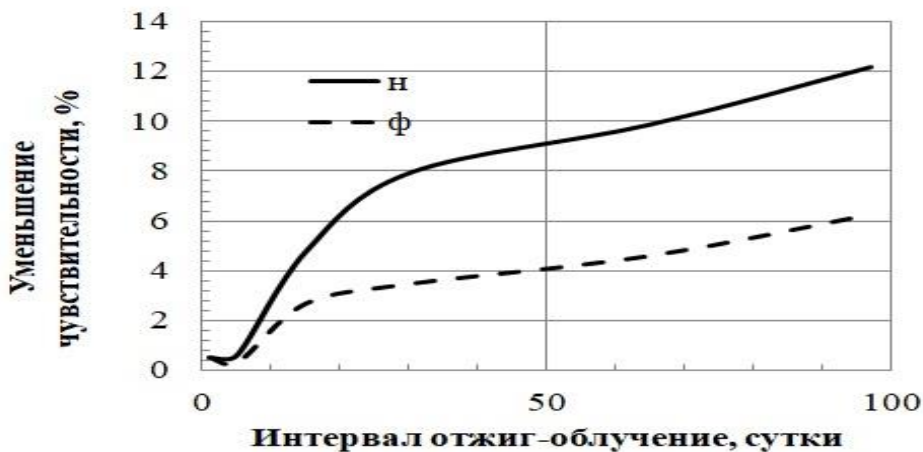


Рисунок 1. Потеря чувствительности ДТГ-4 от величины интервала отжиг-облучение (н-нейтроны, ф-фотоны).

Аналогично определялась потеря информации (фединг) от временного интервала между облучением и считыванием информации (облучение выполнялось сразу после отжига ТЛД). На рисунке 2

приведена зависимость потери информации ДТГ-4 к фотонам и нейтронам от временного интервала между облучением и обсчетом ТЛД.

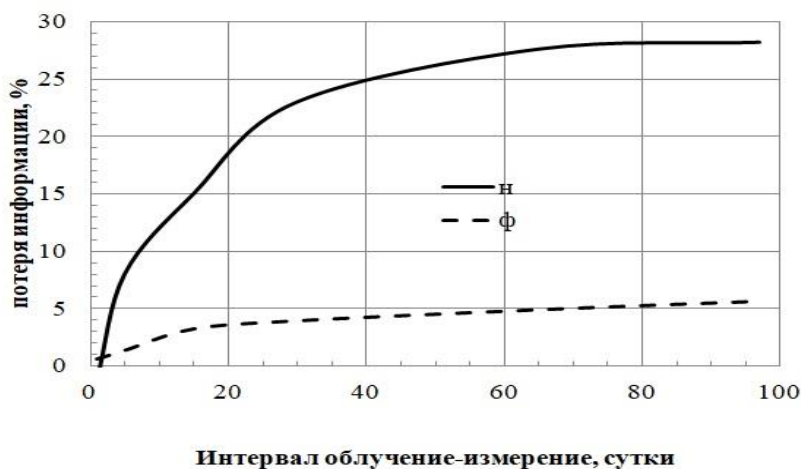


Рис.2 Потеря информации ДТГ-4 (в %) (н-нейтроны, ф-фотоны)

Определение зависимости чувствительности от величины поглощенной дозы (нелинейность) проводилось с использованием установки УПГД-1

(фотоны) и ^{63}Ni . На рисунках 3 и 4 приведены результаты измерений.

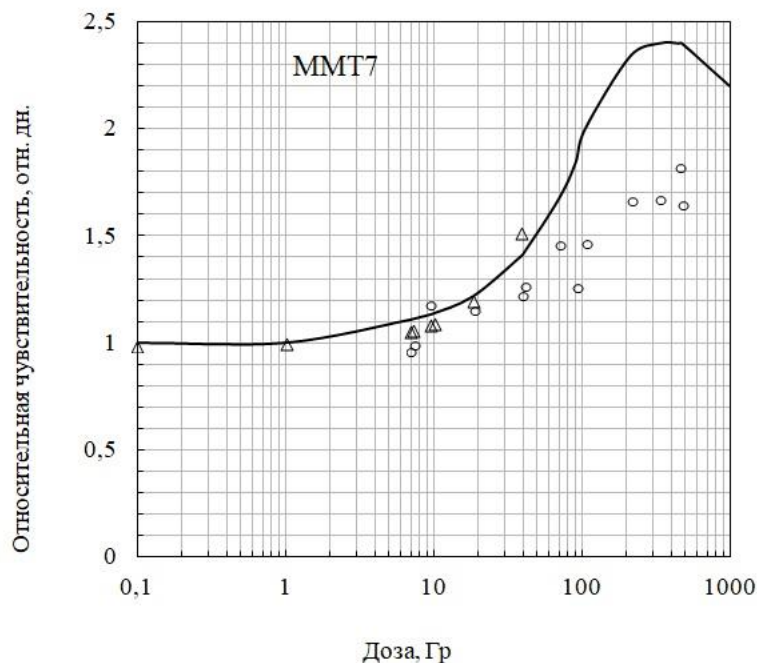


Рисунок 3 – Зависимость относительной чувствительности ММТ7. Сплошная линия-данные производителя для ^{137}Cs , треугольник-данная работа для ^{137}Cs , кружки- для ^{63}Ni .

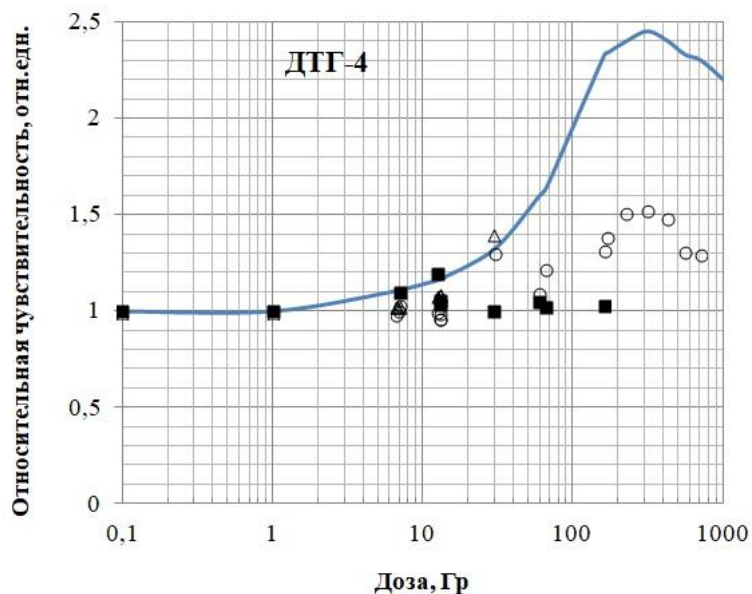


Рисунок 4 – Зависимость относительной чувствительности ДТГ-4. Сплошная линия-данные производителя для ^{137}Cs , треугольник-данная работа для ^{137}Cs , кружки- для ^{63}Ni ; квадраты – данные для нейтронов [5].

Исследование зависимости чувствительности ТЛД от ЛПЭ проводилось в пучках протонов и ионов углерода. Облучение проводилось в пучке протонов с энергией 30, 50, 70, 120 МэВ, при этом облучение сопровождалось измерениями с клини-

ческим дозиметром. В пучке ионов углерода облучение выполнялось в водном фантоме. Методика эксперимента приведена в работе [4]. Средняя ЛПЭ в водном фантоме, при облучении ионами углерода изменялась от 9 до 200 кэВ/мкм в зависимости от глубины фантома.

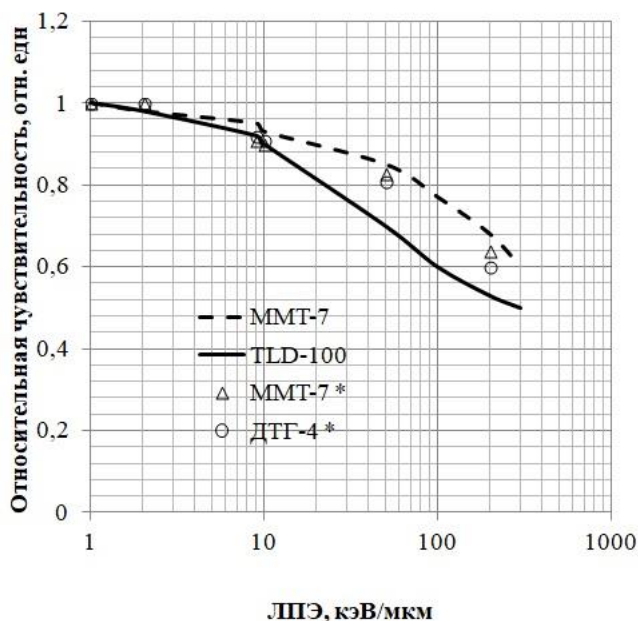


Рисунок 5- Зависимость чувствительности ММТ-7 и ДТГ-4 от ЛПЭ ионов. Данные из работы [1] : сплошная кривая- TLD-100 (аналог ДТГ-4), пунктир- ММТ-7. ММТ-7* и ДТГ-4* - данные этой работы.

Обсуждение результатов

Данные, представленные на Рис.1 и 2 указывают, для того, что бы контролировать основную погрешность измерения, необходимо учитывать временной интервал между отжигом ТЛД и облучением и облучением и временем обсчета считывания. В реакции ${}^6\text{Li}(n,\alpha)\text{T}$ образуются α -частицы и тритий с ЛПЭ не выше 200 кэВ/мкм. Таким образом данные по нейтронам можно рассматривать как верхнюю оценку эффекта потери информации и потери чувствительности при проведении дозиметрии в пучках протонов или ядер углерода.

Данные по зависимости чувствительности от величины дозы (Рис. 3 и 4) демонстрируют, что информацию, полученную для гамма излучения (${}^{137}\text{Cs}$) нельзя автоматически применять для других видов ионизирующего излучения. Для бета-частиц ${}^{63}\text{Ni}$, для которых средняя ЛПЭ составляет примерно 1,5 кэВ/мкм, эффект так называемой «сверхлинейности» (нелинейности) заметно ниже, чем для ${}^{137}\text{Cs}$. Для нейтронного излучения (ЛПЭ порядка 200 кэВ/мкм) эффект «сверхлинейности» не наблюдался.

Данные по зависимости чувствительности от ЛПЭ ионов для ММТ-7 полученные в настоящей работе находятся в хорошем согласии с результатами [1]. Следует отметить так же, что полученные данные для ДТГ-4 и ММТ-7 по уменьшению чувствительности с ростом ЛПЭ, практически совпадают. Это указывает, что ДТГ-4 является альтернативой ММТ-7 для дозиметрии в пучках ионов.

Заключение

Выполнены исследования по характеристикам двух типов ТЛД: ДТГ-4 и ММТ-7.

Следует отметить, что использование таких характеристик ТЛД (как потеря информации, потеря чувствительности (фединг), эффект «сверхлинейности» от дозы), полученных с использование

стандартного гамма излучения, могут привести к неконтролируемой погрешности в результатах измерений дозы для других типов излучений (нейтронов, протонов, ионов).

Хотелось бы отметить, что впервые отмечено уменьшение эффекта «сверхлинейности» с увеличением ЛПЭ. Данный эффект необходимо учитывать в таких прикладных задачах, как нейтронная аварийная дозиметрия, где в качестве аварийных используются «альбедные» дозиметры.

Полученные данные позволяют минимизировать неучтенную погрешность измерения поглощенной дозы при проведении дозиметрического сопровождения на Радиобиологическом стенде на углеродном пучке У-70.

Литература

1. P. Bilski , T. Berger, M. Hajek, G. Reitz - Comparison of the response of various TLDs to cosmic radiation and ion beams: Current results of the HAMLET project- Radiation Measurements 46 (2011) 1680-1685.
2. А.Г. Алексеев, Н.В. Кирякова, В.М. Дунилин, Е.В. Косьяненко, Е.Г. Спиоров (ГНЦ ИФВЭ, Протвино, Россия), В.П. Крючков (Концерн «Росэнергоатом», Москва) Метрологические вопросы использования индивидуальных дозиметров нейтронов ДВН-А-01 и ДВГН-01. Препринт ИФВЭ 2004 – 14, Протвино. 2004.
3. V.E.Balakin, V.A.Alexandrov, A.I.Bazhan, P.A.Lunev, A.A.Pryanichnikov, A.E.Shemyakov, A.I.Shestopalov, Yu.D. Valyaev, P.N.Lebedev/ Status of The Proton Therapy Complex Prometheus/ Proceedings of RuPAC2018, Protvino, Russia, pp.135-138, 2018. <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/rupac2018>.
4. Центр коллективного пользования «Радиобиологический стенд на углеродном пучке У-70»- www.ihep.ru/pages/main/6580/8769/index.shtml

5. А.Г.Алексеев, Н.А.Карпов/ Результаты практического использования термолюминесцентных детекторов на основе LiF-Mg,Cu,P в дозиметрии γ -, β -, n - излучений/ в журнале АНРИ №2, 2002, стр. 51-54

6. A.G. Alexeev, E.V. Altuhova, I.I. Degtarev, V.A. Pikalov, O.V. Sumaneev, A.A. Yanovich,

F.N.Novoskoltsev Methodical Issues of the use of Detectors for Dosimetry in Beams of the Carbon nuclei of the Accelerator U-70 Proceedings of RuPAC2018, Protvino, Russia, pp.394-396, 2018. <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/rupac2018>

ДИСКРЕТНО-ВЫПУКЛАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЕ СВОЙСТВА

Садыгов И.М.

научный сотрудник

Институт Экономики НАН Азербайджана

Азербайджан, г. Баку

DOI: [10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.59.47-53](https://doi.org/10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.59.47-53)

АННОТАЦИЯ.

В работе введены дискретно-выпуклое множество, дискретно-выпуклая функция и изучен ряд их свойств. В работе получены критерии дискретно-выпуклости функций.

ANNOTATION.

In this paper we introduce the notions of a discretely convex set, a discretely convex function and we study some their properties. Criteria for discrete convexity of functions are obtained.

Ключевые слова: дискретно-выпуклое множество, дискретная функция, выпуклая функция.

Keywords: discretely convex set, discrete function, convex function.

1. Дискретно-выпуклая функция

Дискретная функция, как частный случай функций, отдельно немало изучена. Но ряд понятие, например выпуклость для дискретных функций не изучены. Дело в том, что область определения выпуклых функций выпуклое множество, а область определения дискретных функций не выпуклое множество. В работах [1] и [2] в конечномерном пространстве введены дискретно-выпуклое множество, дискретно-выпуклая функция и изучен ряд их свойств. В данной работе в пространстве \mathbb{R}^∞ рассматриваются дискретно-выпуклое множество, дискретно-выпуклая функция и изучен ряд их свойств.

Пусть \mathbb{R}^∞ множество всевозможных числовых последовательностей $x = (x_1, \dots, x_k, \dots)$ (см.[3]). Через \mathbb{Z} обозначим множество целых чисел. Положим $\mathbb{Z}^\infty = \mathbb{Z} \times \dots \times \mathbb{Z} \times \dots$.

Определение 1. Если $C \subset \mathbb{R}^\infty$ выпуклое множество, то множество $C \cap \mathbb{Z}^\infty$ назовем дискретно-выпуклым множеством в \mathbb{Z}^∞ .

Считаем, что пустое множество дискретно-выпуклое множество.

Определение 2. Если $C \subset \mathbb{R}^\infty$ выпуклое множество, $B = C \cap \mathbb{Z}^\infty$, $f: C \rightarrow \mathbb{R}$ выпуклая функция, то функцию $f: B \rightarrow \mathbb{R}$ назовем дискретно-выпуклой функцией. Через $\text{co}B$ обозначим выпуклую оболочку множества $B \subset \mathbb{R}^\infty$ (см.[4],[5]).

Лемма 1. Множество $B \subset \mathbb{Z}^\infty$ дискретно-выпукло, тогда и только тогда, когда $B = \text{co}B \cap \mathbb{Z}^\infty$.

Доказательство. Если $B = \text{co}B \cap \mathbb{Z}^\infty$, то по определению имеем, что B дискретно-выпуклое множество в \mathbb{Z}^∞ .

Обратно, если B дискретно-выпуклое множество в \mathbb{Z}^∞ , то существуют выпуклое множество $C \subset \mathbb{R}^\infty$ такое, что $B = C \cap \mathbb{Z}^\infty$. Так как $B \subset C$ и $B \subset \mathbb{Z}^\infty$, то имеем, что $\text{co}B \cap \mathbb{Z}^\infty \subset C \cap \mathbb{Z}^\infty \subset B \cap \mathbb{Z}^\infty$, т.е. $\text{co}B \cap \mathbb{Z}^\infty \subset B \cap \mathbb{Z}^\infty$. Очевидно, что $B \cap \mathbb{Z}^\infty \subset \text{co}B \cap \mathbb{Z}^\infty$. Тогда имеем, что $B = B \cap \mathbb{Z}^\infty = \text{co}B \cap \mathbb{Z}^\infty$, т.е. $B = \text{co}B \cap \mathbb{Z}^\infty$. Лемма доказана.

Если $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^\infty$, то обозначим $[x_1, x_2] = \{x \in \mathbb{R}^\infty : x = \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2, \lambda \in [0,1]\}$.

Лемма 2. Множество $B \subset \mathbb{Z}^\infty$ дискретно-выпукло, тогда и только тогда, когда из $x_1, x_2 \in \text{co}B$ следует, что $[x_1, x_2] \cap \mathbb{Z}^\infty \subset B$.

Доказательство. Если B дискретно-выпуклое множество в \mathbb{Z}^∞ , то по лемме 1 имеем, что $B = \text{co}B \cap \mathbb{Z}^\infty$. Пусть $x_1, x_2 \in \text{co}B$. Так как $[x_1, x_2] \in \text{co}B$, то имеем, что $[x_1, x_2] \cap \mathbb{Z}^\infty \subset \text{co}B \cap \mathbb{Z}^\infty = B$. Отсюда следует, что $[x_1, x_2] \cap \mathbb{Z}^\infty \subset B$.

Обратно пусть из $x_1, x_2 \in \text{co}B$ следует, что $[x_1, x_2] \cap Z^\infty \subset B$. Тогда из $z \in \text{co}B \cap Z^\infty$ имеем, что $z \in B$, т.е. $\text{co}B \cap Z^\infty \subset B$. Так как $B \subset Z^\infty$, то имеем $\text{co}B \cap Z^\infty \subset B \cap Z^\infty$. Так как $B \cap Z^\infty \subset \text{co}B \cap Z^\infty$, то имеем, что $B = B \cap Z^\infty = \text{co}B \cap Z^\infty$. Лемма доказана.

Лемма 3. Множество $B \subset Z^\infty$ дискретно-выпукло, тогда и только тогда, когда из $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $x_1, \dots, x_k \in B$, $x = \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in Z^\infty$, $k \in \mathbb{N}$, следует, что $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in B$.

Доказательство. Если B дискретно-выпуклое множество в Z^∞ , то по лемме 1 имеем, что $B = \text{co}B \cap Z^\infty$. Поэтому из $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $x_1, \dots, x_k \in B$, $x = \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in Z^\infty$ следует, что $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in B$.

Обратно пусть из $x_1, \dots, x_k \in B$, $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $x = \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in Z^\infty$ следует, что $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in B$ и пусть $z \in \text{co}B \cap Z^\infty$. Так как $z \in \text{co}B$, то существуют $z_1, \dots, z_k \in B$, $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$ такие, что $z = \sum_{i=1}^k \alpha_i z_i$. Так как $z \in Z^\infty$, то имеем, что $z = \sum_{i=1}^k \alpha_i z_i \in B$. Поэтому $\text{co}B \cap Z^\infty \subset B$. Так как $B \subset Z^\infty$, то имеем $\text{co}B \cap Z^\infty \subset B \cap Z^\infty$. Ясно, что $B \cap Z^\infty \subset \text{co}B \cap Z^\infty$. Тогда имеем, что $B = B \cap Z^\infty = \text{co}B \cap Z^\infty$. Лемма доказана.

Если B дискретное множество в Z^∞ и $f: B \rightarrow \mathbb{R}$, то положим

$$(\text{conv} f)(x) = \inf \left\{ \sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i) : \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1, x = \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i, x_i \in B \text{ при } i = \overline{1, k}, k \in \mathbb{N} \right\}$$

при $x \in \text{co}B$.

Лемма 4. Если $B \subset Z^\infty$ дискретно-выпуклое множество, то $f: B \rightarrow \mathbb{R}$ дискретно выпуклая функция, тогда и только тогда, когда $f(x) = (\text{conv} f)(x)$ при $x \in B$.

Доказательство. Пусть $f: B \rightarrow \mathbb{R}$ дискретно-выпуклая функция. Тогда по определению дискретно-выпуклой функции существует выпуклая функция $g: \text{co}B \rightarrow \mathbb{R}$ такая, что $g(x) = f(x)$ при $x \in B$. По определению $(\text{conv} f)(x)$ имеем, что $g(x) \leq (\text{conv} f)(x) \leq f(x)$ при $x \in B$. Отсюда следует, что $f(x) = (\text{conv} f)(x)$ при $x \in B$.

Обратно, если $f(x) = (\text{conv} f)(x)$ при $x \in B$, то по определению имеем, что $f: B \rightarrow \mathbb{R}$ дискретно-выпуклая функция. Лемма доказана.

Теорема 1. Если $B \subset Z^\infty$ дискретно-выпуклое множество, то функция $f: B \rightarrow \mathbb{R}$ дискретно-выпуклая функция, в том и только в том случае, когда

$$f \left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \right) \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i) \quad (1)$$

при $x_1, \dots, x_k \in B$, $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$ и $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in B$, где $k \in \mathbb{N}$.

Доказательство. Пусть $f: B \rightarrow \mathbb{R}$ дискретно-выпуклая функция. Тогда по лемме 4 имеем, что $f(x) = (\text{conv} f)(x)$ при $x \in B$. Так как для любого $x_1, \dots, x_k \in B$, $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$ выполняется неравенство

$$(\text{conv} f) \left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \right) \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i (\text{conv} f)(x_i),$$

то отсюда следует

$$f\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i) \text{ при } x_1, \dots, x_k \in B, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \text{ и } \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in B.$$

Докажем обратное утверждение. Пусть $x \in B$. Возьмем

$$x_1, \dots, x_k \in B, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \text{ такие, что } x = \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i.$$

Тогда из (1) следует, что

$$f(x) = f\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i).$$

Поэтому имеем, что

$$(\text{conv } f)(x) = \inf\left\{\sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i) : \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1, x = \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i, x_i \in B, i = \overline{1, k}, k \in N\right\} \geq f(x)$$

при $x \in B$. Так как $(\text{conv } f)(x) \leq f(x)$, то имеем, что $f(x) = (\text{conv } f)(x)$ при $x \in B$. Тогда из леммы 4 имеем, что $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ дискретно-выпуклая функция. Теорема доказана.

Пусть $B \subset Z^\infty$ дискретно-выпуклое множество, $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ дискретно-выпуклая функция. Тогда по определению $\text{conv } f : \text{co } B \rightarrow \mathbb{R}$ выпуклая функция. Поэтому

$$(\text{conv } f)(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha(\text{conv } f)(x) + (1 - \alpha)(\text{conv } f)(y)$$

при $\alpha \in [0, 1]$, $x, y \in \text{co } B$. Отсюда следует, что

$$f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y)$$

при $\alpha \in [0, 1]$, $x, y \in B$, $\alpha x + (1 - \alpha)y \in B$.

Определение 3. Если $B \subset Z^\infty$ дискретно-выпуклое множество, $\text{conv } f : \text{co } B \rightarrow \mathbb{R}$ строго выпуклая функция и $f(x) = (\text{conv } f)(x)$ при $x \in B$, то функцию $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ назовем строго дискретно-выпуклой функцией.

Если $B \subset Z^\infty$ дискретно-выпуклое множество, $(-f) : B \rightarrow \mathbb{R}$ дискретно-выпуклая функция, то функцию $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ назовем дискретно-вогнутой.

Если $B \subset Z^\infty$ дискретно-выпуклое множество, $D \subset B$, $D + (0, \dots, 0, 1, 0, \dots) \subset B$

и $D - (0, \dots, 0, 1, 0, \dots) \subset B$ при всех $(1, 0, 0, \dots), \dots, (0, \dots, 0, 1, 0, \dots)$ n -единичных векторов, где $n \in \mathbb{N}$, то множество D назовем n -дискретно-открытым подмножеством множества B .

Если $f : B \rightarrow \mathbb{R}$, $x = (x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots)$, $x = (x_1, \dots, x_{i-1}, x_i \pm 1, x_{i+1}, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots) \in B$ при $i = 1, 2, \dots, n$, $n \in \mathbb{N}$, то положим

$$\Delta_i^+(n)f(x) = f(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i + 1, x_{i+1}, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots) - f(x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots),$$

$$\Delta_i^-(n)f(x) = f(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i - 1, x_{i+1}, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots) - f(x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots),$$

при $i = 1, 2, \dots, n$, $n \in \mathbb{N}$,

$$\Delta^+(n)f(x) = (\Delta_1^+(n)f(x), \dots, \Delta_n^+(n)f(x), 0, \dots),$$

$$\Delta^-(n)f(x) = (\Delta_1^-(n)f(x), \dots, \Delta_n^-(n)f(x), 0, \dots).$$

Теорема 2. Пусть $B \subset Z^\infty$ дискретно-выпуклое множество, $D \subset B$ n -дискретно открыто выпуклое подмножество множества B , где $n \in \mathbb{N}$, и дискретная функция $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ удовлетворяет условию

$$f(y) - f(x) \geq \langle \Delta^+(n)f(x), y - x \rangle \quad (2)$$

при $x, y \in D$, где $x = (x^1, \dots, x^m, x^{m+1}, \dots)$, $y = (y^1, \dots, y^m, y^{m+1}, \dots)$, то

$$f\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i)$$

при $x_1, \dots, x_k \in D$, $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$ и $x = \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in D$, $k \in \mathbb{N}$.

Доказательство. Пусть $x_1, \dots, x_k \in D$, $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$ и $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i = x \in D$. Тогда из (2) имеем, что

$$f(x_i) - f(x) \geq \langle \Delta^+(n)f(x), x_i - x \rangle \quad (3)$$

при $i = 1, 2, \dots, k$. Умножая соотношение (3) на α_i и складывая их получим

$$\sum_{i=1}^k \alpha_i (f(x_i) - f(x)) \geq \sum_{i=1}^k \alpha_i \langle \Delta^+(n)f(x), x_i - x \rangle.$$

Отсюда следует, что

$$\sum_{i=1}^k \alpha_i (f(x_i) - f(x)) \geq \left\langle \Delta^+(n)f(x), \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i - x \right\rangle,$$

т.е. $\sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i) - f(x) \geq 0$ при $x_1, \dots, x_k \in D$, $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$ и $x = \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in D$.

Поэтому

$$f\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i) \text{ при } x_1, \dots, x_k \in D, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \text{ и } x = \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in D.$$

Теорема доказана.

Если $B \subset Z^\infty$ дискретно-выпуклое множество, $D \subset B$ n -дискретно открыто выпуклое подмножество множества B и дискретная функция $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ удовлетворяет условию (2) при $x, y \in D$, то из теоремы 2 следует, что $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ дискретно выпуклая функция.

Следствие 1. Пусть $B \subset Z^\infty$ дискретно-выпуклое множество, $D \subset B$ n -дискретно открыто выпуклое подмножество множества B и дискретная функция $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ удовлетворяет условию

$$f(y) - f(x) \geq \langle \Delta^+(n)f(x), y - x \rangle$$

при $x, y \in D$, то

$$f(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2) \leq \alpha_1 f(x_1) + \alpha_2 f(x_2)$$

при $x_1, x_2 \in D$, $\alpha_1 \geq 0$, $\alpha_2 \geq 0$, $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ и $x = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 \in D$.

Следствие 2. Пусть $D \subset Z^\infty$ дискретно-выпуклое множество и существует $n \in \mathbb{N}$ такое, что дискретная функция $f : Z^\infty \rightarrow \mathbb{R}$ удовлетворяет условию $f(y) - f(x) \geq \langle \Delta^+(n)f(x), y - x \rangle$ при $x, y \in D$, то $f\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i)$ при $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $x_1, \dots, x_k \in D$ и $x = \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in D$, $k \in \mathbb{N}$.

2. Некоторые свойства дискретно-выпуклой функции

Пусть $C \subset Z^\infty$ дискретно-выпуклое множество и $f : C \rightarrow \mathbb{Z}$.

Лемма 5. Если $C_i \subset Z^\infty$, $i \in I$, дискретно-выпуклые множества, то $C = \bigcap_{i \in I} C_i$ дискретно-выпуклое множество.

Доказательство. Пусть $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $x_1, x_2, \dots, x_k \in \bigcap_{i \in I} C_i$ и $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in Z^\infty$. Отсюда следует, что $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $x_1, x_2, \dots, x_k \in C_i$ и $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in Z^\infty$. Тогда из леммы 3 имеем, что $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in C_i$ при $i \in I$. Поэтому $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in C$ при $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $x_1, x_2, \dots, x_k \in C$ и $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in Z^\infty$. По лемме 3 получим, что C дискретно-выпуклое множество. Лемма доказана.

Теорема 3. Если $f_s(x)$, $s = 1, \dots, m$, дискретно-выпуклые функции на дискретно-выпуклом множестве C , то $f(x) = f_1(x) + \dots + f_m(x)$ дискретно-выпуклая функция на множестве C .

Доказательство. По лемме 3 f_s дискретно-выпуклая функция на множестве C в том и только в том случае, когда $f_s(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i) \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f_s(x_i)$ при $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $x_1, \dots, x_k \in C$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in C$, $k \in \mathbb{N}$. Поэтому

$$\begin{aligned} f\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) &= f_1\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) + \dots + f_m\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f_1(x_i) + \dots + \sum_{i=1}^k \alpha_i f_m(x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^k \alpha_i (f_1(x_i) + \dots + f_m(x_i)) = \sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i) \end{aligned}$$

при $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $x_1, \dots, x_k \in C$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in C$, $k \in \mathbb{N}$, т.е. $f(x)$ дискретно-выпуклая функция на множестве C .

Второе доказательство. Так как $f_s : C \rightarrow \mathbb{R}$, $s = 1, \dots, m$, дискретно-выпуклые функции, то по лемме 4 имеем, что $(\text{conv} f_s)(x) = f_s(x)$, $s = 1, \dots, m$, при $x \in C$. Так как $\sum_{s=1}^m \text{conv} f_s : \text{co} C \rightarrow \mathbb{R}$ выпуклая функция и $\sum_{s=1}^m f_s(x) = \sum_{s=1}^m (\text{conv} f_s)(x)$ при $x \in C$, то из леммы 4 имеем, что $\sum_{s=1}^m f_s : C \rightarrow \mathbb{R}$ дискретно-выпуклая функция. Теорема доказана.

Теорема 4. Если $f_s(x)$, $s \in I$, дискретно-выпуклые функции на дискретно-выпуклом множестве C , то $f(x) = \sup_{s \in I} f_s(x)$ дискретно-выпуклая функция на множестве C .

Доказательство. Если $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $x_1, \dots, x_k \in C$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in C$, $k \in \mathbb{N}$, то $f\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) = \sup_{s \in I} f_s\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right)$.

Поэтому для любого $\varepsilon > 0$ существует $v \in I$ такое, что

$$f\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) < f_v\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) + \varepsilon.$$

Тогда получим, что

$$f\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) < f_v\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) + \varepsilon \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f_v(x_i) + \varepsilon \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i) + \varepsilon.$$

Так как $\varepsilon > 0$ произвольно, то отсюда следует, что $f\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i)$ при

$$\alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1, x_1, \dots, x_k \in C, \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in C, k \in \mathbb{N}.$$

Теорема доказана.

Отметим, что если $B \subset Z^\infty$ дискретно-выпуклое множество, $f: B \rightarrow R$ дискретно-выпуклая функция и $\alpha > 0$ число, то $\alpha f: B \rightarrow R$ дискретно-выпуклая функция.

Лемма 6. Если функция $f(x)$ дискретно-выпуклая функция на дискретно-выпуклом множестве C , то $\{x \in C: f(x) \leq \lambda\}$ дискретно-выпуклое множество.

Доказательство. По лемме 3 f дискретно-выпуклая функция на множестве C в том и только в том случае, когда $f(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i) \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i)$ при $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$,

$x_1, \dots, x_k \in C$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in C$, $k \in N$. Если $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $x_1, \dots, x_k \in \{x \in C: f(x) \leq \lambda\}$ и $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in C$, то имеем, что $f(\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i) \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i f(x_i) \leq \lambda$. Поэтому $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in \{x \in C: f(x) \leq \lambda\}$ при $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $x_1, \dots, x_k \in \{x \in C: f(x) \leq \lambda\}$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \in Z^\infty$, $k \in N$. Лемма доказана.

Отметим, что если $f: Z^\infty \rightarrow R$ дискретная-функция, $\bar{x} \in Z^\infty$ и $f(\bar{x}) = \min_{x \in Z^\infty} f(x)$, то $\Delta f(\bar{x})(h) = f(\bar{x} + h) - f(\bar{x}) \geq 0$ при $h \in Z^\infty$. Поэтому $0 \in \partial f(\bar{x})$, где $\partial f(\bar{x}) = \{p \in (R^\infty)^*: \Delta f(\bar{x})(h) \geq \langle p, h \rangle \text{ при } h \in Z^\infty\}$.

3. Целочисленная дискретно-выпуклая функция

Если $f: Z^\infty \rightarrow Z_{+\infty}$, где $Z_{+\infty} = Z \cup \{+\infty\}$, то положим $\text{zer} f = \{(x, \alpha) \in Z^\infty \times Z: f(x) \leq \alpha\}$.

Если $\text{zer} f$ -дискретно-выпуклое множество в $Z^\infty \times Z$, то функцию f назовем целочисленной дискретно-выпуклой функцией.

По лемме 1 $\text{zer} f$ -целочисленно дискретно-выпуклое множество в $Z^\infty \times Z$, тогда и только тогда, когда $\text{zer} f = \text{co}(\text{zer} f) \cap (Z^\infty \times Z)$.

По лемме 3 $\text{zer} f$ - целочисленно дискретно-выпуклое множество в $Z^\infty \times Z$, тогда и только тогда,

когда $\sum_{i=1}^k \lambda_i (x_i, \alpha_i) \in \text{zer} f$ при $\lambda_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$, $(x_1, \alpha_1) \dots, (x_k, \alpha_k) \in \text{zer} f$,

$\sum_{i=1}^k \lambda_i (x_i, \alpha_i) \in Z^\infty \times Z$, $k \in N$. Поэтому $f(\sum_{i=1}^k \lambda_i x_i) \leq \sum_{i=1}^k \lambda_i \alpha_i$ при $\lambda_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$,

$(x_1, \alpha_1) \dots, (x_k, \alpha_k) \in \text{zer} f$, $\sum_{i=1}^k \lambda_i (x_i, \alpha_i) \in Z^\infty \times Z$, $k \in N$. Отсюда следует, что если

$\lambda_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$, $\sum_{i=1}^k \lambda_i (x_i, f(x_i)) \in Z^\infty \times Z$, то $f(\sum_{i=1}^k \lambda_i x_i) \leq \sum_{i=1}^k \lambda_i f(x_i)$.

Если C дискретное множество в Z^∞ и $f: C \rightarrow Z$, то положив

$$f_C(x) = \begin{cases} f(x) : x \in C, \\ +\infty : x \notin C \end{cases}$$

имеем, что $\text{zer} f_C = \{(x, \alpha) \in Z^\infty \times Z: f_C(x) \leq \alpha\} = \{(x, \alpha) \in C \times Z: f(x) \leq \alpha\}$. Поэтому, если $\text{zer} f_C$ дискретно-выпуклое множество в $Z^\infty \times Z$, то функцию $f: C \rightarrow Z$ назовем целочисленной дискретно-выпуклой функцией.

Если $g: R^\infty \rightarrow R_{+\infty}$, где $R_{+\infty} = R \cup \{+\infty\}$, то положим $\text{erg} g = \{(x, \alpha) \in R^\infty \times R: g(x) \leq \alpha\}$, $\text{zer} g = \{(x, \alpha) \in Z^\infty \times Z: g(x) \leq \alpha\}$.

Лемма 7. Если $g: R^\infty \rightarrow R_{+\infty}$, то $\text{zer} g = \text{erg} g \cap (Z^\infty \times Z)$.

Доказательство. Если $(x, \alpha) \in \text{zer} g$, то $(x, \alpha) \in Z^\infty \times Z$ и $g(x) \leq \alpha$. Поэтому $(x, \alpha) \in Z^\infty \times Z$ и $(x, \alpha) \in \text{erg} g$. Отсюда имеем $(x, \alpha) \in \text{erg} g \cap (Z^\infty \times Z)$. Получим, что $\text{zer} g \subset \text{erg} g \cap (Z^\infty \times Z)$. Обратное, если $(x, \alpha) \in \text{erg} g \cap (Z^\infty \times Z)$, то $(x, \alpha) \in Z^\infty \times Z$ и

$(x, \alpha) \in \text{epg}$. Поэтому $(x, \alpha) \in \text{zpg}$, т.е. $\text{epg} \cap (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z}) \subset \text{zpg}$. Тогда имеем, что $\text{zpg} = \text{epg} \cap (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$. Лемма доказана.

Теорема 5. Если $g: \mathbb{Z}^\infty \rightarrow \mathbb{Z}$ дискретно-выпуклая функция, то $g: \mathbb{Z}^\infty \rightarrow \mathbb{Z}$ целочисленная дискретно-выпуклая функция.

Доказательство. Из теоремы 1 следует, что функция $g: \mathbb{Z}^\infty \rightarrow \mathbb{Z}$ дискретно-выпуклая функция, в том и только в том случае, когда

$$g\left(\sum_{i=1}^k \lambda_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^k \lambda_i g(x_i) \quad (4)$$

при $x_1, \dots, x_k \in \mathbb{Z}^\infty$, $\lambda_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$ и $\sum_{i=1}^k \lambda_i x_i \in \mathbb{Z}^\infty$, где $k \in \mathbb{N}$.

Пусть $\lambda_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$, $(x_1, \alpha_1) \dots, (x_k, \alpha_k) \in \text{zpg}$, $\sum_{i=1}^k \lambda_i (x_i, \alpha_i) \in (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$, $k \in \mathbb{N}$. Так как $g(x_i) \leq \alpha_i$ при $i = 1, \dots, k$, то из (4) следует, что $g\left(\sum_{i=1}^k \lambda_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^k \lambda_i \alpha_i$, т.е. $\sum_{i=1}^k \lambda_i (x_i, \alpha_i) \in \text{zpg}$

при $\lambda_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$, $(x_1, \alpha_1) \dots, (x_k, \alpha_k) \in \text{zpg}$, $\sum_{i=1}^k \lambda_i (x_i, \alpha_i) \in (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$, $k \in \mathbb{N}$. Тогда из леммы 3 имеем, что $g: \mathbb{Z}^\infty \rightarrow \mathbb{Z}$ целочисленная дискретно-выпуклая функция. Теорема доказана.

Если $g: \mathbb{R}^\infty \rightarrow \mathbb{R}_{+\infty}$ выпуклая функция, то epg выпуклое множество. Так как $\text{zpg} \subset \text{epg}$, то $\text{zpg} \subset \text{epg} \cap (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$.

Лемма 8. Если $g: \mathbb{Z}^\infty \rightarrow \mathbb{Z}$ дискретно-выпуклая функция, то $\text{zpg} = \text{ep}(\text{conv}g) \cap (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$.

Доказательство. Пусть $(z, \alpha) \in \text{zpg}$. Тогда $(z, \alpha) \in (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$ и $g(z) \leq \alpha$. Так как $g: \mathbb{Z}^\infty \rightarrow \mathbb{Z}_{+\infty}$ дискретно-выпуклая функция, то по лемме 4 имеем, что $(\text{conv}g)(z) = g(z)$ при $z \in \mathbb{Z}^\infty$. Поэтому $(z, \alpha) \in (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$ и $(\text{conv}g)(z) \leq \alpha$. Отсюда следует, что $(z, \alpha) \in \text{ep}(\text{conv}g) \cap (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$, т.е. $\text{zpg} \subset \text{ep}(\text{conv}g) \cap (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$.

Обратно, если $(z, \alpha) \in \text{ep}(\text{conv}g) \cap (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$, то $(z, \alpha) \in \text{ep}(\text{conv}g)$ и $(z, \alpha) \in (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$.

Поэтому $(z, \alpha) \in (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$ и $(\text{conv}g)(z) \leq \alpha$. Так как $(\text{conv}g)(z) = g(z)$ при $z \in \mathbb{Z}^\infty$, то $(z, \alpha) \in (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$ и $g(z) \leq \alpha$. Имеем, что $(z, \alpha) \in \text{zpg}$, т.е. $\text{ep}(\text{conv}g) \cap (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z}) \subset \text{zpg}$. Лемма доказана.

Лемма 9. Если $g: \mathbb{Z}^\infty \rightarrow \mathbb{Z}$ дискретная функция, $(\text{conv}g): \mathbb{Z}^\infty \rightarrow \mathbb{Z}$ и $\text{zpg} = \text{ep}(\text{conv}g) \cap (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$, то $g: \mathbb{Z}^\infty \rightarrow \mathbb{Z}$ дискретно-выпуклая функция.

Доказательство. Ясно, что $(\text{conv}g)(z) \leq g(z)$ при $z \in \mathbb{Z}^\infty$.

По условию $\text{zpg} = \text{ep}(\text{conv}g) \cap (\mathbb{Z}^\infty \times \mathbb{Z})$. Так как $(\text{conv}g)(z) \in \mathbb{Z}^\infty$ при $z \in \mathbb{Z}^\infty$, то отсюда имеем, что $(z, (\text{conv}g)(z)) \in \text{zpg}$. Тогда получим, что $g(z) \leq (\text{conv}g)(z)$ при $z \in \mathbb{Z}^\infty$. Поэтому имеем, что $(\text{conv}g)(z) = g(z)$ при $z \in \mathbb{Z}^\infty$. Тогда из леммы 4 следует, что $g: \mathbb{Z}^\infty \rightarrow \mathbb{Z}$ дискретно-выпуклая функция. Лемма доказана.

Результаты, полученные в \mathbb{Z}^∞ для дискретно-выпуклой функции и дискретно-выпуклого множества, также верны для дискретно-выпуклой функции и дискретно-выпуклого множества в \mathbb{Z}^n , где $n \in \mathbb{N}$.

В заключение автор выражает глубокую благодарность профессору М. А. Садыгову за постановку задачи и полезные консультации.

Список литературы

1. Садыгов И. М. Дискретно-выпуклая функция и его приложение. // Austria Science, 2018. №17. С.3-8.
2. Садыгов М. А., Садыгов И. М. Сильно дискретно-выпуклая функция и ее свойства. // Проблемы науки. Москва, 2018, № 8(32). С.10-20.

3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989, 623 с.
4. Данфорд Н., Шварц Дж.Т. Линейные операторы. Общая теория.-М.: Наука, 1962.-895 р.
5. Сухарев А.Г., Тимохов А.Ф., Федоров В.В. Курс методов оптимизации.- М.: Наука, 1986.-326с.

НАХОЖДЕНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА ДЛЯ СОСТАВНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Фоменко В. Н.,
Шварц М. А.

DOI: [10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.59.54-59](https://doi.org/10.31618/ESU.2413-9335.2019.1.59.54-59)

АННОТАЦИЯ

В настоящей статье методом разделения переменных Фурье находится решение уравнения Лапласа для полых цилиндров, до сих пор не опубликованное в литературе. Для уравнения Бесселя решена краевая задача на отрезке $0 < R_1 \leq r \leq R_2$. Обсуждается связь полученного решения с проблемой Штурма-Лиувилля. Предложен метод нахождения решения для тел с осевой симметрией, составленных из нескольких сплошных и полых цилиндров, путем сопряжения потоков потенциала (потоков электрической и магнитной индукции, тепловых потоков) на границе цилиндрических элементов. Метод сопряжения потоков протестирован для полого цилиндра, рассмотренного как система 4 полых цилиндров.

1. Введение

Уравнение Лапласа

$$\nabla^2 \Theta(x, y, z) = 0$$

играет фундаментальную роль в таких разделах физики как электро- и магнитостатика, гидродинамика, физика тепловых процессов, квантовая механика и др. [5,7]. Наряду с численными методами для решения этого уравнения широко применяется метод разделения переменных Фурье. Применимость этого метода существенно зависит от формы области, в которой ищется решение. В частности, хорошо известно решение для цилиндрической области. Тем не менее, решение уравнения Лапласа для полой цилиндрической области в литературе не обнаружено.

В данной работе в разделе 2 методом Фурье строится решение уравнения Лапласа, обладающее осевой симметрией, для сплошного и полого цилиндра. В разделе 3 обсуждается связь решаемой

задачи с проблемой Штурма-Лиувилля [3,6], которая обосновывает существование и единственность найденного решения.

В разделе 4 предложенный метод обобщается на случай осесимметричной системы однородных цилиндров с различающимися показателями проницаемости среды, такими как диэлектрическая или магнитная проницаемости, теплопроводность, электропроводность (в зависимости от физической интерпретации уравнения Лапласа).

2. Построение решения уравнения Лапласа

Уравнение Лапласа для решений с осевой симметрией имеет вид:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \Theta(r, z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \Theta(r, z) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Theta(r, z) = 0$$

В данной работе это уравнение решается для областей, изображенных на рис. 1 и 2. На рисунках показаны и граничные условия.

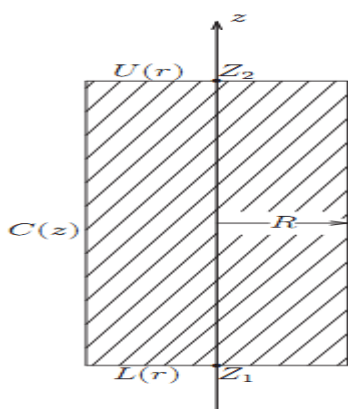


Рис. 1

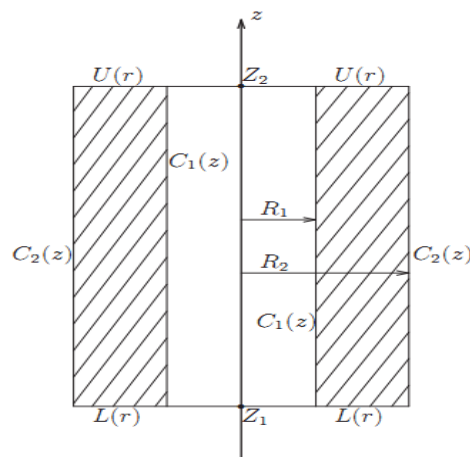


Рис. 2

Ниже строятся решения уравнения Лапласа на основе метода разделения переменных Фурье [3,4,8]. Мы опускаем детали вывода.

В дальнейшем индекс «1» присвоен выравнивающим решениям, а индекс «0» - приведенным.

Выравнивающие решения служат для того, чтобы обеспечить нулевые значения приведенных решений на пересечениях цилиндрических и плоских границ цилиндра. Для сплошного цилиндра это два условия, а для полого – четыре.

Решения $\Theta_s(r, z)$ для сплошного цилиндра представлены равенствами (1-3):

$$\Theta_{s1}(r, z) = \frac{U(R) - L(R)}{H}(z - Z_1) + L(R) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Theta_{s0}(r, z) = & \sum_{k=1}^{\infty} D_{Ck} \frac{I_0\left(\frac{k\pi r}{H}\right)}{I_0\left(\frac{k\pi R}{H}\right)} \sin\left(\frac{k\pi(z - Z_1)}{H}\right) + \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} D_{Lk} J_0\left(\kappa_k \frac{r}{R}\right) \frac{\sinh\left(\frac{\kappa_k(Z_2 - z)}{R}\right)}{\sinh\left(\frac{\kappa_k H}{R}\right)} + \sum_{k=1}^{\infty} D_{Uk} J_0\left(\kappa_k \frac{r}{R}\right) \frac{\sinh\left(\frac{\kappa_k(z - Z_1)}{R}\right)}{\sinh\left(\frac{\kappa_k H}{R}\right)} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь J_0 – функция Бесселя, а I_0 – модифицированная функция Бесселя первого рода [1,2].
Решение для сплошного цилиндра дается формулой

$$\Theta_s(r, z) = \Theta_{s0}(r, z) + \Theta_{s1}(r, z) \quad (3)$$

Величины D определяются граничными условиями

$$\begin{aligned} C(z) - \Theta_{s1}(R, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} D_{Ck} \sin\left(\frac{k\pi(z - Z_1)}{H}\right) \\ L(r) - \Theta_{s1}(r, Z_1) &= \sum_{k=1}^{\infty} D_{Lk} J_0\left(\kappa_k \frac{r}{R}\right) \\ U(r) - \Theta_{s1}(r, Z_2) &= \sum_{k=1}^{\infty} D_{Uk} J_0\left(\kappa_k \frac{r}{R}\right) \end{aligned}$$

Решения $\Theta_h(r, z)$ для полого цилиндра представлены равенствами (4-6):

$$\Theta_{h1}(r, z) = C + C_{\log} \ln(r) + C_z z + C_{\log z} z \cdot \ln(r) \quad (4)$$

В формуле (4) параметры C , C_{\log} , C_z , $C_{\log z}$ определяются следующим образом

$$\begin{aligned} C_{\log z} &= \frac{U(R_2) - U(R_1) - (L(R_2) - L(R_1))}{H \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}; \\ C_z &= \frac{U(R_1) - L(R_1)}{H} - C_{\log z} \ln(R_1) \\ C_{\log} &= \frac{L(R_2) - L(R_1)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} - C_{\log z} Z_1 \\ C &= L(R_1) - C_z Z_1 - C_{\log} \ln(R_1) - C_{\log z} Z_1 \ln(R_1) \end{aligned} \quad (4')$$

Ниже дано приведенное решение для полого цилиндра

$$\begin{aligned}
\Theta_{h_0}(r, z) = & \sum_{k=1}^{\infty} D_{C1k} \frac{\frac{I_0\left(\frac{k\pi r}{H}\right)}{I_0\left(\frac{k\pi R_2}{H}\right)} - \frac{K_0\left(\frac{k\pi r}{H}\right)}{K_0\left(\frac{k\pi R_2}{H}\right)}}{\frac{I_0\left(\frac{k\pi R_1}{H}\right)}{I_0\left(\frac{k\pi R_2}{H}\right)} - \frac{K_0\left(\frac{k\pi R_1}{H}\right)}{K_0\left(\frac{k\pi R_2}{H}\right)}} \sin\left(\frac{k\pi(z - Z_1)}{H}\right) + \\
& + \sum_{k=1}^{\infty} D_{C2k} \frac{\frac{I_0\left(\frac{k\pi r}{H}\right)}{I_0\left(\frac{k\pi R_1}{H}\right)} - \frac{K_0\left(\frac{k\pi r}{H}\right)}{K_0\left(\frac{k\pi R_1}{H}\right)}}{\frac{I_0\left(\frac{k\pi R_2}{H}\right)}{I_0\left(\frac{k\pi R_1}{H}\right)} - \frac{K_0\left(\frac{k\pi R_2}{H}\right)}{K_0\left(\frac{k\pi R_1}{H}\right)}} \sin\left(\frac{k\pi(z - Z_1)}{H}\right) + \\
& + \sum_{k=1}^{\infty} D_{Lk} Z_0\left(\beta_k, \tilde{\kappa}_k \frac{r}{R_1}\right) \frac{\sinh\left(\frac{\tilde{\kappa}_k(Z_2 - z)}{R_1}\right)}{\sinh\left(\frac{\tilde{\kappa}_k H}{R_1}\right)} \\
& + \sum_{k=1}^{\infty} D_{Uk} Z_0\left(\beta_k, \tilde{\kappa}_k \frac{r}{R_1}\right) \frac{\sinh\left(\frac{\tilde{\kappa}_k(z - Z_1)}{R_1}\right)}{\sinh\left(\frac{\tilde{\kappa}_k H}{R_1}\right)}
\end{aligned} \tag{5}$$

Здесь K_0 – модифицированная функция Бесселя 2-го рода [1,2].
Решение для полого цилиндра дается формулой

$$\Theta_h(r, z) = \Theta_{h_0}(r, z) + \Theta_{h_1}(r, z), \tag{6}$$

где введена новая функция Бесселя как суперпозиция функций Бесселя 1-го и 2-го рода:

$$Z_0(\beta, x) = (1 - \beta)J_0(x) + \beta Y_0(x) \tag{7}$$

Пусть $\hat{\kappa}_n(\beta)$ – n -ый в порядке возрастания корень функции (7). Величина β в формуле (7) выбирается как решение уравнения

$$\frac{\hat{\kappa}_{n+k}(\beta_k)}{\hat{\kappa}_n(\beta_k)} = \frac{R_2}{R_1} \tag{8}$$

при некотором значении n . Существование и единственность решения уравнения (8) следует из того, что $Z_0(\beta, x)$ – решение регулярной задачи Штурма-Лиувилля (см. раздел 3). В уравнении (5)

$\tilde{\kappa}_k = \hat{\kappa}_n(\beta_k)$. Функция $Z_0\left(\beta_k, \tilde{\kappa}_k \frac{r}{R_1}\right)$ имеет $k-1$ корень внутри промежутка (R_1, R_2) .

Величины D определяются граничными условиями

$$\begin{aligned}
C_1(z) - \Theta_{h_1}(R_1, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} D_{C1k} \sin\left(\frac{k\pi(z - Z_1)}{H}\right) \\
C_2(z) - \Theta_{h_1}(R_2, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} D_{C2k} \sin\left(\frac{k\pi(z - Z_1)}{H}\right) \\
L(r) - \Theta_{h_1}(r, Z_1) &= \sum_{k=1}^{\infty} D_{Lk} Z_0\left(\beta_k, \tilde{\kappa}_k \frac{r}{R_1}\right) \\
U(r) - \Theta_{h_1}(r, Z_2) &= \sum_{k=1}^{\infty} D_{Uk} Z_0\left(\beta_k, \tilde{\kappa}_k \frac{r}{R_1}\right)
\end{aligned}$$

3.Связь с задачей Штурма- Лиувилля

Остановимся на связи функции $Z_0\left(\beta_k, \tilde{\kappa}_k \frac{r}{R_1}\right)$, введенной в данной работе, с регулярной задачей Штурма - Лиувилля [3,6], которая формулируется как краевая задача для уравнения:

$$\frac{d}{dx} \left[p(x) \frac{dy(x)}{dx} \right] + q(x)y(x) = -\lambda w(x)y(x) \quad (9)$$

где $w(x) > 0$, $p(x) > 0$ и $p(x)$, $p'(x)$, $q(x)$, $w(x)$ непрерывные функции на некотором конечном интервале $[a, b]$, а граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} \alpha_1 y(a) + \alpha_2 y'(a) &= 0, \quad (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 > 0) \\ \beta_1 y(b) + \beta_2 y'(b) &= 0, \quad (\beta_1^2 + \beta_2^2 > 0) \end{aligned}$$

В этом случае справедливы утверждения:

- Существуют действительные собственные числа $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n < \dots \rightarrow \infty$
- Каждому λ_n соответствует единственная (с точностью до нормировки) собственная функция $y_n(x)$, которая имеет $n - 1$ корень внутри (a, b) .
- Функции $y_n(x)$ образуют ортонормированный базис в пространстве $L_2([a, b], w(x) dx)$.

Функции $Z_0\left(\beta_k, \tilde{\kappa}_k \frac{r}{R_1}\right)$ удовлетворяют уравнению Бесселя [4,6]

$$\frac{d}{dr} \left[r \frac{d}{dr} Z_0\left(\beta_k, \tilde{\kappa}_k \frac{r}{R_1}\right) \right] = -\frac{\tilde{\kappa}_k^2}{R_1^2} \cdot r \cdot Z_0\left(\beta_k, \tilde{\kappa}_k \frac{r}{R_1}\right), \quad (10)$$

Из сравнения уравнений (9) и (10) следует, функции $Z_0\left(\beta_k, \tilde{\kappa}_k \frac{r}{R_1}\right)$ –решения регулярной задачи

Штурма-Лиувилля и поэтому образуют базис в пространстве L_2 и ортогональны на отрезке $[R_1, R_2]$ с весом r .

4.Описание составных систем

Покажем, как можно применить полученное решение к системам с осевой симметрией, составленным из нескольких полых и сплошных цилиндров. Рассмотрим полый неоднородный цилиндр, осевое сечение которого изображено на рис. 3 и который составлен из четырех однородных полых цилиндров, пронумерованных на рисунке.

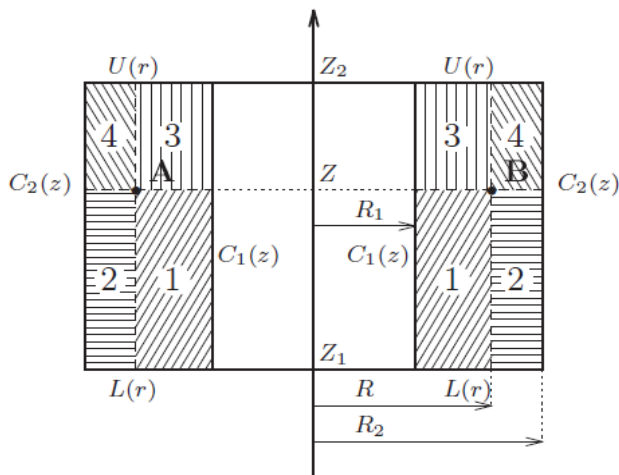


Рис. 3

Каждый из цилиндров имеет свое, одинаковое для всех точек цилиндра, значение проницаемости среды λ (диэлектрическая проницаемость, теплопроводность и пр.). Следовательно, плотность потока потенциального поля равна $-\lambda \nabla \Theta(r, z)$.

Величины $D_{C1k}^{(1)}$, $D_{C1k}^{(3)}$, $D_{C2k}^{(2)}$, $D_{C2k}^{(4)}$ и $D_{Lk}^{(1)}$, $D_{Lk}^{(2)}$, $D_{Uk}^{(3)}$, $D_{Uk}^{(4)}$ – коэффициенты разложения для выравненных граничных условий (верхний индекс указывает на номер цилиндра). Например,

$$C_1(z) - \Theta_{h1}^{(1)}(R_1, z) = \sum_{k=1}^{\infty} D_{C1k}^{(1)} \sin\left(\frac{k\pi(z - Z_1)}{H}\right), \quad Z_1 \leq z \leq Z$$

Выравнивающее решение для цилиндра 1 имеет вид

$$\Theta_{h1}^{(1)}(r, z) = C^{(1)} + C_{\log}^{(1)} \ln(r) + C_z^{(1)} z + C_{\log z}^{(1)} z \cdot \ln(r),$$

где

$$C_{\log z}^{(1)} = \frac{T_C - C_1(Z) - (L(R) - L(R_1))}{(Z - Z_1) \ln\left(\frac{R}{R_1}\right)};$$

$$C_z^{(1)} = \frac{C_1(Z) - L(R_1)}{Z - Z_1} - C_{\log z}^{(1)} \ln(R_1)$$

$$C_{\log}^{(1)} = \frac{L(R) - L(R_1)}{\ln\left(\frac{R}{R_1}\right)} - C_{\log z}^{(1)} Z_1$$

$$C^{(1)} = L(R_1) - C_z^{(1)} Z_1 - C_{\log}^{(1)} \ln(R_1) - C_{\log z}^{(1)} Z_1 \ln(R_1)$$

T_C – потенциал на окружности ($r = R$; $z = Z$), расположенной на пересечении всех четырех цилиндрических блоков (окружность пересекает плоскость рис. 3 в точках A и B).

Величины

$$D_{Uk}^{(1)} = D_{Lk}^{(3)} = D_k^{(13)};$$

$$D_{Uk}^{(2)} = D_{Lk}^{(4)} = D_k^{(24)};$$

$$D_{C2k}^{(1)} = D_{C1k}^{(2)} = D_k^{(12)};$$

$$D_{C2k}^{(3)} = D_{C1k}^{(4)} = D_k^{(34)}$$

задают разложения на границах между блоками и являются свободными переменными, так же, как и T_C .

Пусть n_{r1} число членов в разложении на границе 1-3, n_{r2} та же величина на границе 2-4, n_{z1} для границы 1-2 и n_{z2} для 3-4. Объединим переменные $D_k^{(12)}$, $D_k^{(13)}$, $D_k^{(24)}$, $D_{C2k}^{(34)}$, T_C в вектор \tilde{D}_k длины $N = n_{r1} + n_{r2} + n_{z1} + n_{z2} + 1$. Компоненты \tilde{D}_k выбираются из условия равенства плотности потоков на границах между блоками. Пусть $P_m(r_m, z_m, \phi_m)$ – совокупность M точек на поверхностях сопряжения и $\Gamma_1^m < \Gamma_2^m$ – номера блоков, граничащих в точке P_m . Тогда \tilde{D}_k получаются как решение задачи

$$\min_{\tilde{D}_k} \sum_{m=1}^M \left[\lambda_{\Gamma_1^m} \frac{\partial}{\partial n} \Theta_h^{(\Gamma_1^m)} - \lambda_{\Gamma_2^m} \frac{\partial}{\partial n} \Theta_h^{(\Gamma_2^m)} \right]^2, \quad (11)$$

где

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial r} \quad \text{для границ 1-2 и 3-4}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial z} \quad \text{для границ 1-3 и 2-4}$$

Очевидно, потенциал и его производные в фиксированной точке – линейная функция \tilde{D}_k . Поэтому

$$\lambda_{\Gamma^1_m} \frac{\partial}{\partial l} \Theta_h^{(\Gamma^1_m)} - \lambda_{\Gamma^2_m} \frac{\partial}{\partial l} \Theta_h^{(\Gamma^2_m)} = c_{m0} + \sum_{k=1}^N c_{mk} \tilde{D}_k$$

Обозначим через A фрагмент матрицы $C^T C$, из которой удалены левый столбец и верхняя строка, а через B – левый столбец без верхнего элемента:

$$a_{ik} = \sum_{m=1}^M c_{mi} c_{mk}; \quad b_i = \sum_{m=1}^M c_{mi} c_{m0}; \quad i, k = 1, \dots, N$$

Решение задачи (11) дается формулой

$$\tilde{D} = -A^{-1}B$$

Точность предложенного метода сопряжения блоков проверена для системы рис. 3 в предположении $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4$. В этом случае вся система представляет собой однородный полый цилиндр, и решение может быть найдено непосредственно. При сравнении решений, полученных с разбиением системы на блоки и без него, обнаружены отклонения не более 0,1%.

В расчетах использованы разложения в ряды Фурье и Бесселя-Фурье с 10 членами для каждой из 4 границ. При сопряжении потоков на каждом участке были взяты по 20 точек ($M=80$). Радиусы цилиндров приняты равными $R_1 = 2$; $R_2 = 3$; $R_3 = 5$. Высоты цилиндров равны $Z - Z_1 = 2$; $Z_2 - Z = 3$.

5. Заключение

В предположении осевой симметрии получено решение уравнения Лапласа для полых цилиндрических тел, а также для системы, построенной из таких тел. Данный метод интересен не только с теоретической точки зрения, но и позволяет решить многие прикладные технические задачи в различных областях. В частности, в строительстве и реконструкции объектов метрополитена, шахт, водопропускных сооружений и т.п. на стадии проектирования появляется возможность проанализировать различные аварийные ситуации и сэкономить средства при эксплуатации сооружений.

Изложенный метод может быть обобщен и на случай, когда не предполагается осевая симметрия для решения и граничных условий.

Литература

- 1) Балакин А.Б. Лекции по теории функций Бесселя. Казань, 2009.
- 2) Ватсон Дж. Н. Теория Бесселевых функций. Москва, И.Л., 1949.
- 3) Кордингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. И.Л., 1958.

4) Смирнов В.И. Курс высшей математики т. П. «Наука», 1967.

5) Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. «Наука», 1972.

6) Титчмарш Э.И. Разложения по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка. Т. 1-2. И.Л., 1960, 1961.

7) Шварц Л. Математические методы для физических наук, «Мир», 1695.

8) Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление, Москва, 2002.

9) Янке Е., Эмде Ф., Леш М. Специальные функции, формулы, графики, таблицы. «Наука», 1977.

ФОМЕНКО Виктор Николаевич – д. ф.-м.н. наук, профессор (Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I), vfomenko1943@gmail.com; Шварц Михаил Александрович – кандидат техн. наук, доцент, (Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I), shvarts4545@mail.ru.

ЕВРАЗИЙСКИЙ СОЮЗ УЧЕНЫХ (ЕСУ)

Ежемесячный научный журнал

№ 2 (59)/ 2019

1 часть

Редакционная коллегия:

д.п.н., профессор Аркулин Т.В. (Москва, РФ)

Члены редакционной коллегии:

- Артафонов Вячеслав Борисович, кандидат юридических наук, доцент кафедры экологического и природоресурсного права (Москва, РФ);
- Игнатьева Ирина Евгеньевна, кандидат экономических, преподаватель кафедры менеджмента (Москва, РФ);
- Кажемаев Александр Викторович, кандидат психологических, доцент кафедры финансового права (Саратов, РФ);
- Кортун Аркадий Владимирович, доктор педагогических, профессор кафедры теории государства и права (Нижний Новгород, РФ);
- Ровенская Елена Рафаиловна, доктор юридических наук, профессор, заведующий кафедрой судебных экспертиз, директор Института судебных экспертиз (Москва, Россия);
- Селиктарова Ксения Николаевна (Москва, Россия);
- Сорновская Наталья Александровна, доктор социологических наук, профессор кафедры социологии и политологии;
- Свистун Алексей Александрович, кандидат филологических наук, доцент, советник при ректорате (Москва, Россия);
- Тюменев Дмитрий Александрович, кандидат юридических наук (Киев, Украина)
- Варкумова Елена Евгеньевна, кандидат филологических, доцент кафедры филологии (Астана, Казахстан);
- Каверин Владимир Владимирович, научный сотрудник архитектурного факультета, доцент (Минск, Белоруссия)
- Чукмаев Александр Иванович, доктор юридических наук, профессор кафедры уголовного права (Астана, Казахстан)

Ответственный редактор

д.п.н., профессор Каркушин Дмитрий Петрович (Москва, Россия)

Художник: Косыгин В.Т

Верстка: Зарубина К.Л.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. За достоверность сведений, изложенных в статьях, ответственность несут авторы. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов.

При перепечатке ссылка на журнал обязательна. Материалы публикуются в авторской редакции.

Адрес редакции:

г.Москва, Лужнецкая набережная 2/4, офис №17, 119270 Россия

E-mail: info@euroasia-science.ru ; www.euroasia-science.ru

Учредитель и издатель Евразийский Союз Ученых (ЕСУ)

Тираж 1000 экз.

Отпечатано в типографии г.Москва, Лужнецкая набережная 2/4, офис №17, 119270 Россия